VYSOKÁ ŠKOLA BÁŃSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA

EKONOMICKÁ FAKULTA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2011 Bc. Gabriela Cielepová

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŃSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA

EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANCÍ

Zpětné testování modelů pro odhad rizika na bázi VaR

Back testing of Value at Risk-based risk estimation models

Student: Bc. Gabriela Cielepová

Vedoucí diplomové práce: Ing. Tomáš Tichý, Ph.D.

Ostrava 2011

Místopřísežné prohlášení:

Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně všech příloh vypracovala samostatně.

V Ostravě dne 29. 4. 2011 ………………………………

Bc. Gabriela Cielepová

Velmi ráda bych poděkovala za profesionální vedení, cenné rady a pomoc v průběhu zpracování diplomové práce vedoucímu diplomové práce z Ekonomické fakulty VŠB – TU Ostrava, Ing. Tomáši Tichému, Ph.D. a možnosti zúčastnit se projektu Studentské grantové soutěže (SGS), která mi poskytla inspiraci pro mou diplomovou práci.

Obsah

1. Úvod

V posledních letech obchodní účty u komerčních bank rostou rychle a jsou postupně složitější. Do značné míry to odráží prudký nárůst obchodování na trzích s deriváty v niž jsou banky hlavními dealery. Pro účely řízení tržních rizik hlavní obchodní instituce vyvinuly rozsáhlé modely pro měření rizik. Přestože se mohou přístupy lišit, většina modelů k měření je na velmi podobné úrovni.

Value at Risk (VaR) je pravděpodobně nejpoužívanějším a hlavním měřítkem rizika finančních nástrojů, které používají velké komerční banky, navzdory kritice statistických vlastností. Finanční instituce a jejich regulátoři i tak nadále stále více spoléhají na VaR, jako způsob měření rizika finančního nástroje. V rámci „interních modelů" (Basilejský Výbor pro bankovní dohled, 1996) mají finanční instituce svobodu použít vlastní model pro výpočet VaR. Přesnost modelů však musí být kontrolována postupem známým jako zpětné testování.

Hlavním cílem diplomové práce je zpětné testování modelu pro odhad rizika, VaR a porovnání dvou použitých rozdělení. Value at Risk na měření kurzového a akciového finančního nástroje je počítána s denními výnosy za posledních 10 let na hladině významnosti 1% nejprve pro normální rozdělení, a poté pro variance gamma smíšené rozdělení.

Diplomová práce je rozdělena do tří částí. Druhá kapitola je věnována vysvětlení dokumentu Basel II, který je souhrnem pravidel pro měření a řízení rizik v bankách a stanovení minimální hodnoty vlastního kapitálu. Další část je věnována podrobnému popisu VaR, třem základním metodám na výpočet VaR, jejich vzájemné srovnání a kritice VaR.

Třetí kapitola je věnována zpětnému testování VaR. Dílčí části kapitoly jsou zaměřeny na charakteristiku jednotlivých metod k ověření odhadu, jako jsou Kupiecův nepodmíněný test, Christoffersonův test nebo smíšený Kupiecův test.

Jednotlivé testy k ověření odhadu jsou aplikovány na reálných datech v čtvrté kapitole, kde jsou porovnány výsledky dvou použitých metod při simulaci Monte Carlo pro odhad VaR, která je počítána pro různé délky klouzavých průměrů, jako 50, 100, 250, 500 a 1 000 dní. První metoda předpokládá normální rozdělení výnosů finančních nástrojů, druhá metoda již používá variance gamma rozdělení, které zahrnuje více proměnných. Zpětné testy aplikovány v praktické části vyhodnocují model pro odhad VaR na určitých hladinách významností.

2. Měření rizika v rámci Basel II

Ve švýcarském městě Basel (Basilej) se nachází sídlo Banky pro mezinárodní platby (Bank for International Settlements), jejíž součástí je také Výbor pro bankovní dohled. Toto grémium bylo založeno roku 1974 centrálními bankami zemí G10. Nyní se skládá ze zástupců centrálních bank a orgánů bankovního dohledu Německa, Francie, Velké Británie, Belgie, Lucemburska, Nizozemska, Itálie, Švýcarska, Švédska, Španělska, Japonska, Kanady a USA.

Na základě geografického přiřazení k místu jednání výboru se pro předpisy o povinných kapitálových rezervách pro banky, které mají zajistit a zvýšit stabilitu mezinárodního finančního světa vzhledem ke stále postupující provázanosti, vzniklo stručné označení Basel II, který doplňuje předchozí dohodu Basel I.

Basel I neboli Dohoda o kapitálové přiměřenosti (*International Convergence of Capital Measurements and Capital Standards*) byla vydána v červenci roku 1988. Cílem vytvoření minimálních kapitálových požadavků byla snaha posílit spolehlivost a stabilitu mezinárodního bankovního systému. Všem bankám mělo být umožněno rovné podnikání za stejných podmínek a systém měl být aplikovatelný pro banky v zemích po celém světě. Pravidla měla být konzistentní a neměla umožňovat konkurenční nerovnosti mezi jednotlivými bankami. Kladly si za cíl motivovat banky k držbě likvidních a nízkorizikových aktiv, zabránit bankám, aby podstupovaly nadměrná úvěrová rizika a aby se regulační kapitál stal citlivějším na rozdíly v rizicích jednotlivých bank.

2.1. Finanční rizika ve finančních institucích

Finanční instituce, jako banky, pojišťovny nebo investiční společnosti hrají v ekonomickém systému nezastupitelnou roli. Specifickým znakem finančních institucí je, že klienti zpravidla vystupují i jako věřitelé či případně držitelé vlastnických podílů, proto je třeba pohlížet na rizikovosti subjektu dvojím pohledem. Níže vysvětleno dle Tichý T., viz [12].

Přístup na bázi ratingu – Rating based approach

Rating je obecně užívaným měřítkem kvality subjektu, jestli je schopen dostat svým závazkům v požadovaném čase a míře. Akceptovatelná úroveň rizikovosti subjektu je často garantována nezávislými institucemi (např. Standard&Poor's nebo Moody's). Tyto agentury přiřazují dle vlastního šetření danému subjektu ratingovou kategorii, která nejlépe vypovídá o jeho kvalitě. Přitom s každou ratingovou kategorií souvisí i pravděpodobnost selhání, která je zjištěna na základě historických dat.

Cílový rating by měl vycházet z požadavků akcionářů a schválené politiky subjektu, tzn. jaký má subjekt z dlouhodobého hlediska cíl (např. maximalizace tržní hodnoty akcií) a na jaký segment trhu se chce společnost zaměřit (rizikoví či averzní klienti).

Přístup na bázi kapitálové přiměřenosti

Nezastupitelnou roli při řízení rizik finančních institucí hrají také orgány regulace a dohledu. Hlavní myšlenkou je posílit informovanost klientů a jejich důvěru ve finanční systém jako celek. Provádí se jak z kvantitativního, tak kvalitativního hlediska.

Způsob stanovení potřebného kapitálu je poněkud odlišný pro jednotlivé finanční instituce: v případě bankovního sektoru se jedná o soubor pravidel a doporučení, která jsou známá jako Basel II, v případě pojišťovnictví pak jako Solvency II, s tím, že Basel II již byl implementován do závazných právních norem a uveden v praxi. Společným znakem obou dokumentů je, že finanční instituce mohou pro kvantifikaci rizik aplikovat jen takové postupy, které byly předem schváleny orgánem dohledu.

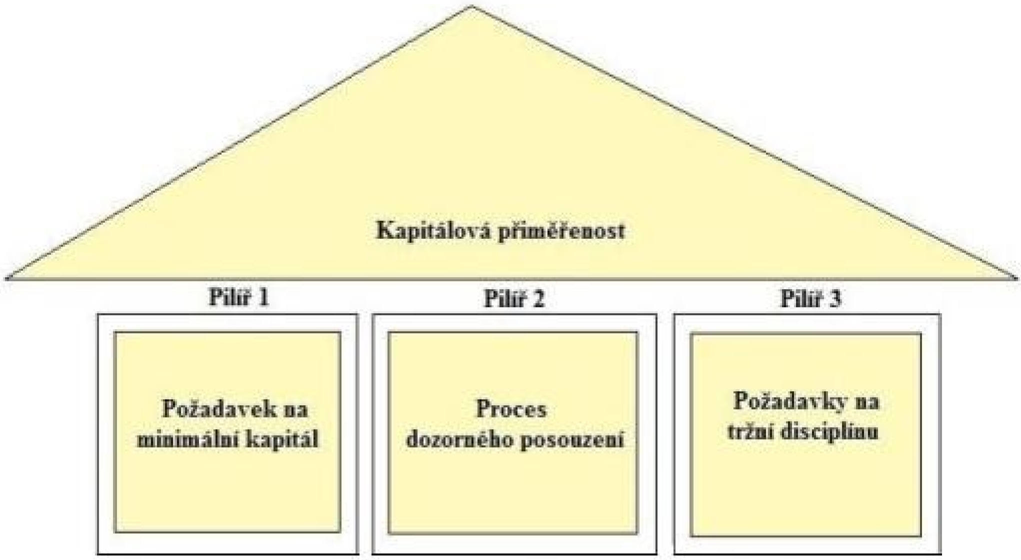
Pro kvantifikaci tržních rizik mohou banky podle Basel II postupovat dle standardního přístupu nebo dle vlastního modelu, který je zpravidla na bázi Value at Risk, které je určováno na hladině významnosti 1% pro časový horizont 10 dnů. Banky mají povinnost určovat výši kapitálového požadavku každý den.

V případě pojišťovnictví a tedy dokumentu Solvency II se nepředpokládá silně aktivní správa portfolií. Časový horizont je tedy nastaven na jeden rok a s tím dochází ke snížení významnosti ztráty na 0,5%.

2.2. Basel II

Oproti původní koncepci Basel I, která byla zaměřena na stanovení kapitálové přiměřenosti pouze k úvěrovému riziku, zaměření Basel II má daleko širší rozsah. Dokument je rozdělen do třech částí, tzv. pilířů, které do sebe vzájemně zapadají.

Obrázek 2.1 Schéma dokumentu Basel II



Zdroj: Vlastní zpracování

První z pilířů tvoří *Požadavek na minimální kapitál*, který stanovuje pravidla pro výpočet požadovaného kapitálu a určuje metody pro měření rizik. Druhý pilíř *Proces dozorného posouzení* posiluje dohlížecí pravomoci, regulátor stanovuje na základě posouzení rizikového profilu limit kapitálové přiměřenosti jednotlivých bank. Poslední, třetí pilíř *Požadavky na tržní disciplínu*, zpřísňuje požadavky na poskytování informací tak, aby měla veřejnost dostatek informací o rizikovosti banky a finančních institucí.

Pravidla Basel II jsou standardem pro měření a řízení rizik v bankách a pro stanovení minimální hodnoty vlastního kapitálu, kterou musí banky udržovat na pokrytí těchto rizik. Jsou reakcí na rychlý rozvoj finančních trhů a jejich základním cílem je zvýšit bezpečnost a stabilitu finančního sektoru, posílit konkurenční prostředí bankovního podnikání a umožnit bankám používání přesnějších a komplexnějších přístupů pro měření a řízení rizik. Pravidla Basel II, která jsou převzata do směrnic Evropské unie závazných pro ČR, aplikují od roku 2007 všechny banky, ale také družstevní záložny a obchodníci s cennými papíry.

Přístupy pro výpočet kapitálového požadavku ke specifickému úrokovému riziku obchodního portfolia, ke specifickému akciovému riziku obchodního portfolia nebo tržnímu riziku, které jsou založeny na vlastních modelech, se řadí ke speciálním přístupům pro výpočet kapitálového požadavku a je možné je používat pouze po předchozím udělení souhlasu oprávněného orgánu dohledu.

Dle vyhlášky ČNB mohou být požadavky na používání vlastních „interních“ VaR modelů při výpočtu kapitálového požadavku k tržnímu riziku nebo specifickému úrokovému a akciovému riziku rozděleny na kvalitativní a kvantitativní.

Mezi hlavní kvalitativní požadavky patří:

- dostatečný počet vyškolených zaměstnanců,
- historická data o modelu dokazují, že model je při měření rizik dostatečně přesný,
- vrcholné vedení se aktivně zúčastňuje procesu řízení rizik,
- model je nedílnou součástí denního procesu měření rizik povinné osoby,
- povinná osoba má útvar řízení rizik nezávislý na útvaru obchodování.

Posouzení celkového procesu řízení rizik prováděné alespoň jednou za rok musí zahrnovat:

- prověření dostatečnosti dokumentace systému řízení rizik,
- posouzení míry zahrnutí tržního a specifického rizika pokrývaných modelem a způsob schvalování změn v procesu řízení rizik,
- posouzení přesnosti a úplnosti dat používaných modelem,
- posouzení postupu hodnocení jednotnosti, ucelenosti, včasnosti a spolehlivosti,
- posouzení procesu, který povinná osoba používá k hodnocení zpětného testování.

Mezi hlavní kvantitativní požadavky patří:

- riziková hodnota je počítána denně,
- pro výpočet rizikové hodnoty je používán jednostranný konfidenční interval na hladině spolehlivosti 99%,
- historické období pozorování pro výpočet rizikové hodnoty je alespoň jeden rok,
- jsou používány modely založené na maticích variance-kovariance, na historických simulacích nebo na simulacích Monte Carlo.

Vlastní VaR model musí být dostatečně ověřen osobou, která je nezávislá na procesu vývoje. Model by měl být ověřen poté, co byl vyvinut a dále pak pravidelně, zejména v případech, kdy došlo k závažným změnám modelu nebo strukturálním změnám na trhu či ve složení portfolií. Ověření modelu se neomezuje pouze na zpětné testování, ale mělo by obsahovat mimo jiné i ověření, že:

- předpoklady, na kterých je model vybudován, jsou správné a neodhadují riziko špatně,
- v závislosti na struktuře portfolií a podstupovanému riziku je prováděná dodatečná validace modelu nad rámec zpětného testování,
- jsou používána hypotetická portfolia k ujištění, že daný model je schopen podchytit specifické faktory jednotlivých portfolií, zejména riziko koncentrace nebo bazické riziko.

2.3. VaR – Value at risk

Koncepce a použití metody Value-at-Risk je relativně nová. VaR začaly používat velké americké finanční instituce koncem 80-tých let k měření rizika jejich portfolií.[1] V současnosti VaR využívá většina menších finančních institucí, investorů a nefinančních podniků.

Value-at-Risk je definována jako jednostranný interval spolehlivosti potenciálních ztrát hodnoty finančního nástroje pod čas doby jeho držení. Toto se může zapsat jako:

$$P\left(V_0 - \tilde{V}_{\Delta t} < VaR\right) = \alpha, \tag{2.1}$$

kde P je pravděpodobnost, V_0 je současná hodnota finančního nástroje na začátku období, Δt je časový horizont, na který se dělá předpověď, $\tilde{V}_{\Delta t}$ je současná hodnota finančního nástroje na konci období (stochastická proměnná), VaR je hodnota v riziku a α je hladina spolehlivosti v procentech.

Všechny metody při výpočtu VaR vycházejí z výnosů tržních faktorů, tedy faktorů rizika, která determinují hodnotu portfolia a jeho změny. Proto se následující část bude věnovat definicím výnosů tržních faktorů.

[1] RESTI, A.; SIRONI, A.: viz [9], s. 563.

2.3.1. Výpočet změn cen tržních faktorů a výnosů

Riziko je často měřené ve smyslu změn cen, a tyto změny cen mohou mít mnoho podob jako je absolutní změna ceny, relativní (procentuální) změna ceny a logaritmická změna ceny. Jestliže je změna ceny definována relativně k nějaké počáteční ceně, nazývá se to výnos.

Výpočet jednodenních výnosů

Absolutní změna ceny mezi dny t a $t-1$ se definuje jako:

$$D_t = P_t - P_{t-1}, \tag{2.2}$$

kde D_t je absolutní změna ceny, P_t je cena v čase t a P_{t-1} je cena v čase $t-1$.

Relativní změna ceny nebo relativní výnos pro stejný časový horizont je:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}. \tag{2.3}$$

Jestliže je hrubý výnos (Gross Return) $1+R_t$, potom logaritmická změna ceny (spojitě úročený výnos) r_t se definuje jako přirozený logaritmus jeho hrubého výnosu, tedy:

$$\begin{aligned} r_t &= \ln(1 + R_t), \\ &= \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right), \\ &= (p_t - p_{t-1}), \end{aligned} \tag{2.4}$$

kde $p_t = \ln P_t$ a $p_{t-1} = \ln P_{t-1}$.

Hlavním důvodem proč se v praxi pracuje s výnosy a ne s cenami je skutečnost, že výnosy mají vhodnější statistické vlastnosti než samotné ceny. Všechny tři druhy změn cen mohou vyprodukovat rozdílné výsledky. Změny však mají stejné znaménko a relativní změny a logaritmické změny jsou v případě malých změn cen velmi podobné, prakticky téměř identické.

Výpočet vícedenních výnosů

Relativní výnos posledních k-dní $R_t(k)$ je definován jako:

$$R_t(k) = \frac{P_t - P_{t-k}}{P_{t-k}}. \tag{2.5}$$

Pomocí jednodenních výnosů, vícedenní hrubý výnos 1+$R_t(k)$ se rovná součinu jednodenních hrubých výnosů:

$$\begin{aligned} 1 + R_t(k) &= (1 + R_t) \cdot (1 + R_{t-1}) \cdots (1 + R_{t-k-1}), \\ &= \frac{P_t}{P_{t-1}} \cdot \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \cdots \frac{P_{t-k-1}}{P_{t-k}}, \\ &= \frac{P_t}{P_{t-k}}. \end{aligned} \tag{2.6}$$

Pro spojitě úročený vícedenní výnos platí:

$$r_t(k) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-k}}\right). \tag{2.7}$$

Spojitě úročený výnos $r_t(k)$ je součtem k spojitě úročených jednodenních výnosů. Využitím vztahu $r_t(k) = \ln\big(1 + R_t(k)\big)$, se může výnos $r_t(k)$ zapsat jako:

$$\begin{aligned} r_t(k) &= \ln\big(1 + R_t(k)\big), \\ &= \ln[(1 + R_t) \cdot (1 + R_{t-1}) \cdots (1 + R_{t-k-1})], \\ &= r_t + r_{t-1} + \cdots + r_{t-k-1}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Z výše uvedené rovnice vyplývá, že vícedenní výnosy založené na spojitém úročení se vypočítají jako jednoduchý součet jednodenních výnosů. Tato skutečnost představuje jeden z hlavních důvodů upřednostňování logaritmických výnosů.

2.3.2. Metody výpočtu VaR

I přesto, že VaR má velmi jednoduchou koncepci, jeho měření představuje složitý statistický problém. Existující modely na výpočet VaR využívají odlišné metodologie, ale zachovávají stejnou všeobecnou strukturu, která může být shrnuta ve třech bodech:

1. výpočet současné hodnoty portfolia (Mark-to-market Value), která je funkcí aktuálních hodnot tržních faktorů, které ji určují (úrokové míry, měnové kurzy, apod.),
2. odhad rozdělení výnosů portfolia,
3. výpočet VaR portfolia.

Hlavní rozdíl mezi jednotlivými metodami se vztahuje k bodu dvě, tedy jakým způsobem je řešený problém odhadu rozdělení změn hodnoty portfolia.

Výpočet VaR je možné uskutečnit různými způsoby. Tradičně se používají tři metody:

- historická simulace,
- metoda variance-kovariance (analytická metoda),
- Monte Carlo simulace.

Někteří autoři rozdělují metody na výpočet VaR pouze do dvou skupin:

- delta metody (různé varianty analytické metody),
- Monte Carlo metody (simulační metody).

Nejnověji se metody VaR dělí do následujících skupin:

- parametrické (RiskMetrics a GARCH[2]),
- neparametrické (historická simulace a hybridní model),
- poloparametrické (teorie extrémních hodnot, CaViaR[3]),
- Monte Carlo metody.

Odhady VaR vypočítané jednotlivými metodami se mohou výrazně lišit.

2.3.3. Stochastické procesy

Důležitou součástí oceňování a zajišťování finančních nástrojů je rozpoznání procesu, který je sledován cenou aktiva. Ceny aktiv obchodovaných na veřejných trzích se zpravidla mohou měnit jen v předem daném rozsahu. Určitou výjimkou mohou být kurzy významných

[2] RESTI, A.; SIRONI, A. Risk management and shareholders´ value in banking: from risk measurement models to capital allocation policies, s. 172. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Viz [9]
[3] Nový přístup k měření rizika je metoda Value-at-Risk, která oceňuje riziko v peněžních jednotkách (autorem je nositel Nobelové ceny za ekonomii za rok 2003 Robert Engle). Viz [5], s. 367-381.

světových měn nebo komodit, s nimiž se obchoduje téměř neomezeně. Cena aktiva tak ve skutečnosti sleduje spíše diskrétní proces. Spojité stochastické modely jsou přesto považovány za vhodnou aproximaci a v praxi často využívány.

Základem naprosté většiny procesů, popisujících stochastický vývoj ceny finančního aktiva je riziková složka. Tu lze modelovat pomocí spojitého procesu, je tedy založena na tzv. *Wienerově procesu*, nebo procesu měnícího se skokově, vychází tedy z *Poissonova procesu*[4] (diskrétního procesu).

Normální rozdělení

Normální rozdělení je široce používáno k popisu náhodných pohybů, a je charakterizován dvěma parametry: střední hodnotou a směrodatnou odchylkou. Z analytického hlediska lze zapsat normální rozdělení následovně:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\left(\frac{x-\mu}{2\sigma}\right)^2}, \tag{2.9}$$

kde $f(x)$ je funkce hustoty, μ je střední hodnota a σ je směrodatná odchylka.

Integrál mezi $-\infty$ a u z funkce $f(x)$ jehož průměr je roven μ a směrodatná odchylka je rovna σ se označuje jako kumulativní funkce hustoty a obvykle se označuje jako:

$$F(u;\mu,\sigma) = \int_{-\infty}^{u} f(x)dx = \int_{-\infty}^{u} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\left(\frac{x-\mu}{2\sigma}\right)^2} dx\,. \tag{2.10}$$

Což se ukázalo být velmi užitečné pro výpočet pravděpodobnosti spojené s danou hodnotou R_t (obecně se jedná o stochastické proměnné, jako jsou změny cen akcií, úrokových sazeb, měnových kurzů, apod.).

Wienerův proces

Wienerův proces je procesem *Markovova typu*[5] se střední hodnotou a rozptylem vycházejícími z normovaného normálního rozdělení $N(0,1)$ s funkcí hustoty definovanou následovně:

[4] Viz [11], s. 56

[5] Proces, jehož budoucí hodnota je závislá pouze na současné hodnotě, avšak ne na minulém vývoji, přírůstek je tedy zcela nezávislý.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} . \qquad (2.11)$$

Zjednodušeně lze říci, že Wienerův proces vychází z nuly a má nezávislé a stacionární přírůstky vykazující charakter normálního rozdělení s rozptylem na bázi změny času. Wienerův proces je sice spojitý, avšak již není funkce hladká – funkce není v žádném ze svých bodů diferencovatelná.

Změnu procesu během krátkého časového úseku t je možno zapsat jako:

$$\Delta z = \sqrt{\Delta t}\varepsilon , \qquad (2.12)$$

kde ε představuje náhodný prvek z normovaného normálního rozdělení se střední hodnotou rovnou nule a rozptylem odpovídajícím jedné, $N(0,1)$.

Geometrický Brownův pohyb

Nejpopulárnější stochastický proces je geometrický Brownův pohyb, který vychází z Wienerova procesu a je definován následujícím způsobem:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz , \qquad (2.13)$$

$$dz = \varepsilon\sqrt{dt} , \qquad (2.14)$$

kde S je cena finančního nástroje, μ je parametr procesu, označující průměr, σ je parametr označující variabilitu, t je čas a ε je náhodná složka, která má normované normální rozdělení $N(0,1)$.

Geometrický Brownův pohyb znamená nepřetržitost pohybu. V případě obchodování s finančními nástroji máme co do činění se změnami pouze periodicky. To je způsobeno jednak možností pozorování změn hodnot finančních nástrojů v určitých obdobích. Stochastický proces, který zahrnuje diskrétní změny v čase je určitý geometrický Brownův pohyb:

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu\Delta t + \sigma\Delta z , \qquad (2.15)$$

$$\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t} .$$

Avšak, vzhledem ke snadnější matematické formulaci, kdy lze převést spojitý proces na diskrétní, se další část práce bude věnovat pouze spojitému procesu.

Použitím Itoovy lemmy pro přirozený logaritmus ceny v geometrickém Brownově pohybu se dostane následující stochastický proces:

$$\ln S = \ln S_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma\varepsilon\sqrt{dt} \tag{2.16}$$

a cena je modelována takto:

$$S = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma\varepsilon\sqrt{dt}}. \tag{2.17}$$

Geometrický Brownův pohyb je určen normovaným normálním rozdělením. V tomto případě má rozdělení výnosů také normální rozdělení. Nicméně aby stanovené rozdělení míry výnosu a ceny bylo co nejblíže k realitě, je možné použít i jiná rozdělení.

Jiný model popisující tvorbu cen finančních nástrojů se nazývá proces „návratu k průměru“. Tento model je zejména vhodný pro analýzu úrokových sazeb a měnových kurzů, které mají tendenci se v dlouhodobém horizontu „vrátit“ k průměru. Tento proces může být představen následujícím způsobem:

$$\frac{dS}{S} = \eta(\mu - S)dt + \sigma dz, \tag{2.18}$$

$$dz = \varepsilon\sqrt{dt}\,,$$

kde η je parametr procesu, který určuje tempo, s jakým se proces „vrací“ k průměru, μ je průměr, do kterého proces konverguje v dlouhém období.

V tomto procesu je cena modelována následujícím způsobem:

$$S_t = \mu + (S_0 - \mu)e^{-\eta t} + \sigma \int_0^t e^{-\eta(t-s)} dz_s. \tag{2.19}$$

Studentovo t-rozdělení

První alternativou po zamítnutí multivariačního normálního rozdělení přichází k úvaze S*tudentovo t-rozdělení*. Jeho výhodou je, že sdílí některé vlastnosti normálního rozdělení (je symetrické a dokonce definováno jen jedním parametrem - stupněm volnosti). Pokud je velký počet stupňů volnosti, tak se rozdělení přibližuje normálnímu rozdělení.

Hustota funkce Studentova t-rozdělení může být definována následujícím způsobem:

$$f(x) = \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{\Gamma(n/2)} \frac{1}{\sqrt{n\pi}} \frac{1}{(1+x^2/n)^{(n+1)/2}}, \tag{2.20}$$

kde $\Gamma(.)$ je funkce *gamma*, která je definována takto: $\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}dx$, n je parametr, který definuje počet stupňů volnosti.

Variance gamma model (VG)

Je jedním z nejčastěji aplikovaných víceparametrických modelů Lévyho typu[6]. Do Lévyho modelů patří takové procesy, jejichž přírůstky jsou nezávislé a stacionární. Důležitým znakem variance gamma modelu je, že umožňuje modelovat vyšší momenty pravděpodobnostního rozdělení. Existují dva způsoby definování VG modelu, přičemž první pojetí vychází z Brownova pohybu řízeného gamma procesem.

Pravděpodobnostní funkce hustoty gamma procesu z gamma rozdělení $\mathcal{G}[1;\frac{1}{v}]$ při $\mu = 1$ je dána:

$$g(t) = \frac{g^{\frac{t}{v}-1}\exp(-\frac{g}{v})}{v^{\frac{t}{v}}\Gamma(\frac{t}{v})} \tag{2.21}$$

a jelikož VG proces $\mathcal{VG}(g(t;v);\theta,\vartheta)$ lze definovat jako:

$$\mathcal{VG}_t = \theta g_t + \vartheta\mathcal{Z}(g_t) = \theta g_t + \vartheta\sqrt{g_t}\epsilon, \tag{2.22}$$

VG funkce hustoty je dána takto:

$$\mathcal{VG}(X) = \int_0^\infty \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi g}} \exp\left(-\frac{(X-\theta g)^2}{2\vartheta^2 g}\right) \frac{g^{\frac{t}{v}-1}\exp\left(-\frac{g}{v}\right)}{v^{\frac{t}{v}}\Gamma\left(\frac{t}{v}\right)} dg. \tag{2.23}$$

Důležitým znakem VG modelu je, že umožňuje modelovat vyšší momenty pravděpodobnostního rozdělení. Obzvláště, v, parametr gamma rozptylu, umožňuje řídit

---

6 Lévyho modely patří do skupiny stochastických procesů, viz literatura [11], s. 70.

špičatost skrze rozptyl náhodného „času“ a θ pak kontrolovat symetrii. Konkrétně $\theta < 0$ indikuje zápornou šikmost, a naopak.

Dosadíme-li VG proces dle (2.22) do Lévyho modelu v exponenciální formě, lze získat dynamiku ceny finančního aktiva:

$$S(t) = S_0 \exp\left(\mu t + \theta g_t + \vartheta \sqrt{g_t} \epsilon - \omega t\right), \tag{2.24}$$

kde $\omega t = -\frac{1}{\nu} \ln\left(1 - \theta\nu - \frac{1}{2}\vartheta^2 \nu\right)$.

2.3.4. Historická simulace

Historická simulace je nejjednodušší metodou výpočtu VaR. Je snadno implementována, poměrně jednoduchá při interpretaci a umožňuje určit VaR s poměrně vysokou přesností. Může být použita jak pro výpočet rizika jednoho finančního instrumentu, tak i pro výpočet rizika celého portfolia.

V této metodě se VaR počítá jako kvantil historického rozdělení ztrát portfolia. Hodnota ztrát je stanovena na základě období v délce schváleného investičního horizontu. Velikost ztrát jednodenního investičního horizontu by měla být stanovena každý den. Místo rozdělení ztrát může být použita dekompozice míry výnosu, a určený kvantil by se vynásobil hodnotou počáteční investice. Přičemž kvantil výnosu určíme následovně:

$$VaR_{t+1}^{p} = -Percentil\{R_T\}_{T=1}^{t}, \tag{2.25}$$

kde VaR_{t+1}^{p} je odhad VaR na dané hladině pravděpodobnosti pro den $t+1$ a $\{R_T\}_{T=1}^{t}$ je množina výnosů za dané časové období t.

Největším problémem při využití této metody je výběr období, z kterého by měly pocházet data. Aby bylo rozdělení přesnější, je třeba výběr velkého počtu pozorování. Nicméně, informace o chování cen pocházející z velmi vzdálených období nejsou tak důležité jak informace o cenách z nedávných období. Problém výběru počtu pozorování je tím víc důležitý, protože extrémní pozorování jsou velmi vzácná, takže při výběru malého množství pozorování, by nebyly brány v úvahu. Také, pokud některé extrémní hodnoty nejsou zahrnuty do výpočtů, ovlivňuje to celkové řešení. Určitým způsobem, jak předejít těmto komplikacím, je použití vah. Nejlepším způsobem je použití vah exponenciálně klesajících.

$$w_t = \frac{\lambda^{t-1}(1-\lambda)}{1-\lambda^n}, \tag{2.26}$$

kde t je čas do minulosti, nejnovější údaj $t = 1$, nejstarší $t = n$, λ je tlumící faktor a w_t je váha daného výnosu v čase t.

Model VaR založený na historickém rozdělení předpokládá rozdělení stability v čase. Také se předpokládá, že míra rizika je dána jeho historickou podobou. Sporné je však ověření těchto cílů v praxi.

Další předpoklad se týká neměnnosti složení portfolia, pro které je určeno rozdělení ztrát. Vlastně, neexistuje situace, kdy portfolio by bylo nezměněno po celou dobu, ze kterých jsou údaje získané k určení rozdělení. Tudíž se vytváří hypotetické portfolio složené z finančních nástrojů, pro které jsou stanovena rizika. Tato metoda je však náročná v případě častých změn ve složení portfolia, protože to vyžaduje konstrukci rozdělení ztrát pro všechny finanční nástroje zahrnuté v jeho složení. Metoda není také výhodná v případě velmi složitých portfolií.

Velkou nevýhodou při použití historické metody je často nedostatek údajů týkajících se cen finančních nástrojů. To je obzvláště problémem u rozvíjejících se trhů. Je možné stanovení těchto hodnot na základě finančních nástrojů s podobnými charakteristikami. Nicméně, tato metoda je pouze zjednodušením, a proto je lepší použít metodu simulace Monte Carlo.

Historická metoda je velmi jednoduchá v pojetí a snadno implementována. Teoreticky umožňuje určit riziko každého finančního nástroje, a každého portfolia. Je to metoda velmi intuitivní a snadno pochopitelná i pro lidi, kteří přímo nesouvisí s řízením rizik.

2.3.5. Metoda variance-kovariance

Metoda variance-kovariance byla navržena bankou J. P. Morgana v roce 1994.[7]

Výpočet VaR pomocí metody variance-kovariance (která se také nazývá analytická) je založena na předpokladu, že výnosy relevantních tržních faktorů mají multivariační normální rozdělení pravděpodobnosti. Jestliže se tento předpoklad použije, může se určit rozdělení potenciálních zisků a ztrát hodnot (výnosů) finančního nástroje, který bude také normální. Jelikož normální rozdělení je definováno dvěma parametry – průměrem a směrodatnou

[7] HULL, J. Risk management and financial institutions. viz [8]

odchylkou, využitím standardních matematických vlastností normálního rozdělení se zjistí ztráta, která bude dosažena nebo překročena v x procentech případů, tedy VaR. Standardní vlastností normovaného normálního rozdělení je to, že výsledky menší nebo rovné 2,33 směrodatných odchylek pod úrovní průměru se vyskytují pouze v 1 procentu případů. Průměr, tedy očekávaný výnos finančního aktiva je roven nule. To znamená, že se 99% VaR bude rovnat 2,33 násobku směrodatné odchylky změn výnosů portfolia.

Metoda variance-kovariance je odvozena přímo z formální definice VaR a je definována jako kvantil distribuční funkce.

$$VaR = F^{-1}(\alpha)S_0\,, \tag{2.27}$$

kde F^{-1} je kvantil inverzní distribuční funkce, α je hladina významnosti a S_0 je aktuální cena finančního nástroje.

Tato metoda předpokládá, že rozdělení výnosů je známo a je v souladu s přijatým teoretickým rozdělením. Je-li přijato normální rozdělení výnosů, pak kvantil je funkcí střední hodnoty a směrodatné odchylky:

$$F^{-1}(\alpha) = -\mu + c\sigma, \tag{2.28}$$

kde μ je střední hodnota výnosů, σ je směrodatná odchylka výnosů a c je odpovídající konstanta kvantilu normovaného normálního rozdělení (např. pro α = 0,05, c = 1,65, pro α = 0,01, c = 2,33).

Nahrazením vzorce (2.28) do vzorce (2.27) lze získat následující vztah:

$$VaR = (-\mu + c\sigma)S_0\,. \tag{2.29}$$

Za předpokladu, že očekávaná průměrná hodnota je nulová, rovnice se zjednoduší na následující tvar:

$$VaR = c\sigma S_0\,. \tag{2.30}$$

Předpoklad normálního rozdělení je velmi pohodlný, jelikož umožňuje snadné nastavení parametrů v závislosti na volbě investičního horizontu a hladině spolehlivosti.

Na efektivních trzích, kde ceny odrážejí všechny aktuálně dostupné informace a mění se v závislosti náhodného procesu, neexistuje autokorelace. Takže se může provést transformace denní průměrné hodnoty a denní směrodatné odchylky v souladu s těmito pravidly:

$$\mu_T = \mu T \, , \tag{2.31}$$

$$\sigma_T = \sigma\sqrt{T}, \tag{2.32}$$

kde μ_T je střední hodnota pro *T* dní, σ_T je směrodatná odchylka pro *T* dní, *T* je počet dní, μ je jednodenní průměr a σ je jednodenní směrodatná odchylka.

Může se také odhadnout, jak se změní hodnota VaR, když se změní investiční horizont. Pokud je k dispozici VaR pro investiční horizont t_1, může se změnit na VaR pro horizont t_2 následovně:

$$VaR_{t_2} = \sqrt{{}^{t_2}/_{t_1}}\, VaR_{t_1} \, . \tag{2.33}$$

Podobně lze také změnit VaR určených pro různé hladiny spolehlivosti. Jestliže je určena hodnota VaR na 95% hladině spolehlivosti ($VaR_{0,95}$), může se hodnota VaR na 99% hladině spolehlivosti určit následovně:

$$VaR_{0,99} = \left({}^{2,33}/_{1,65}\right) VaR_{0,95} \, . \tag{2.34}$$

Výše uvedený vztah je také možný pro každou jinou úroveň spolehlivosti.

Hodnota střední hodnoty a směrodatné odchylky je vypočtena na základě historických dat. Není možné určit tyto hodnoty bodovým odhadem, ale je třeba použít intervalový odhad.

Výchozím bodem je určit v odhadu rozptylu statistiku $(n-1)s^2/\sigma^2$, která má chí-kvadrát rozdělení s $(n-1)$ stupni volnosti, kde s^2 je výběrový rozptyl a σ^2 je celkový rozptyl. Na základě výše uvedených skutečností můžeme rozsah rozptylu určit následovně:

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}, \tag{2.35}$$

kde χ^2_p je chí-kvadrát rozdělení s pravděpodobností *p*; $(1-\alpha)$ je hladina významnosti.

Přímo ze vzorce (2.35) se může určit interval směrodatné odchylky, a tím i interval, v kterém by se měla nacházet hodnota Value at Risk.

$$\alpha s S_0 \sqrt{\frac{(n-1)}{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}}} < VaR < \alpha s S_0 \sqrt{\frac{(n-1)}{\chi^2_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}}\,. \tag{2.36}$$

Pomocí této metody lze říci, že s danou pravděpodobností (např. 99%) se hodnota Value at Risk bude nacházet v určitém intervalu. Bohužel, tato metoda je však možná pouze za předpokladu, že výnosy mají normální rozdělení.

2.3.6. Simulace Monte Carlo

Simulace Monte Carlo má mnoho podobných vlastností s metodou historické simulace. Hlavní rozdíl je ten, že místo provádění simulace využitím pozorovaných změn tržních faktorů během posledních *M* period na generování *N* hypotetických zisků a ztrát finančního nástroje se vybere statistické rozdělení, které adekvátně nebo alespoň přibližně zachycuje možné změny tržních faktorů.

Podstata metody Monte Carlo spočívá v generování obrovského množství možných hodnot cen finančních nástrojů. Ceny jsou tvarované s přijatým stochastickým modelem. Nejpopulárnější je geometrický Brownův pohyb, který byl definován výše.

Po zvolení modelu, který nejlépe popisuje vývoj hodnot daného nástroje, je generován soupis cen. Typicky to vyžaduje simulaci několika tisíců možných cen na daném rozdělení pravděpodobností. Generování náhodných čísel se obvykle provádí pro normované normální rozdělení (0,1), které je považováno za distribuční funkci jakéhokoliv jiného rozdělení. Na základě distribuční funkce je určena hustota funkce.

Simulace Monte Carlo vyžaduje specifické teoretické rozdělení. Aby generovaná rozdělení byla co nejblíže skutečnému, použije se metoda založená na cenách z minulosti. Spočívá v čerpání cen z historického rozdělení a následného vzniku hypotetického rozdělení. Aby tato technika zaručila správné výsledky, musí historické rozdělení obsahovat velký počet pozorování. Daná metoda také předpokládá nezávislost proměnných.

Jakmile jsou ceny vygenerovány, VaR je stanovena jako kvantil na dané úrovni.

Hlavní nevýhodou této metody pro odhad VaR je potřeba velkého množství simulace. Pro rozsáhlé portfolio skládající se z několika set otevřených pozic, může počet požadovaných simulací dosáhnout několika milionů. Pro usnadnění a zkrácení času potřebného k provedení metody Monte Carlo mohou být použita některá zjednodušení.

Jedním z možných zjednodušení je přijmout symetrické rozdělení a generování pouze kladných čísel. Další možnou metodou, která zjednodušuje výpočet VaR, je vytvářet pouze extrémní hodnoty předpokládaného rozdělení. Dalším způsobem jak urychlit simulaci je určení rozdělení pouze pro hlavní rizikové faktory a stanovení ceny finančního nástroje založené na modelu popisující vztah mezi každým faktorem a hodnotou nástroje. Tyto metody umožňují urychlení simulace, ale jsou pouze jakýmsi zjednodušením, takže nejsou přesné.

Simulace Monte Carlo nenormálního rozdělení

Efektivní využívání finančních nástrojů v ekonomice je podmíněno jak dostatečnými znalostmi ohledně charakteru a tedy modelování jeho budoucího vývoje, tak dostupností rychlých a spolehlivých metod pro odhad VaR. Klasickým a až do nedávné doby pravděpodobně nejvíce užívaným modelem pro popis vývoje cen finančních nástrojů byl geometrický Brownův pohyb založený na normálním charakteru pravděpodobnostního rozdělení výnosů. S postupem času a celkovým vývojem finančních trhů přestal tento model vyhovovat. Jako zajímavé alternativy se ukázaly zejména modely z obecné skupiny Lévyho procesů, které umožňují modelovat i vyšší momenty pravděpodobnostního rozdělení výnosů (šikmost a špičatost). V rámci Lévyho modelů bude práce blíže popisovat Variance gamma model, který je použit v druhé polovině praktické části.

Na základě výše uvedených poznatků o VG modelu lze popsat postup simulace Monte Carlo na bázi Variance gamma rozdělení.

Prvním krokem je výpočet střední hodnoty, rozptylu, směrodatné odchylky, špičatosti a šikmosti daných výnosů finančního nástroje. Druhým krokem je odhad parametrů θ, ϑ, ν například pomocí metody nejmenších čtverců, kdy jsou známy 3 rovnice charakterizující vypočtené statistiky:

$$\vartheta^2 + \theta^2\nu = \mathrm{var}\,, \tag{2.37}$$

$$\frac{\theta\nu(3\vartheta^2 + 2\theta^2\nu)}{\sqrt{(\vartheta^2 + \theta^2\nu)^3}} = k3\,, \tag{2.38}$$

$$\frac{3\left((\vartheta^2+\theta^2\nu)^2+\nu(\vartheta^4+4\theta^2\vartheta^2\nu+2\theta^4\nu^2)\right)}{(\vartheta^2+\theta^2\nu)^2}=k4\,, \qquad (2.39)$$

kde var je rozptyl, $k3$ značí šikmost a $k4$ je špičatost daných výnosů.

Dalším krokem je simulace normovaného normálního rozdělení $N(0,1)$, kde střední hodnota se rovná 0 a rozptyl je roven 1. Následně je provedena simulace gamma rozdělení $g_t \in \mathcal{G}[\nu,\frac{1}{\nu}]$, která je charakterizována odhadnutým parametrem ν, který popisuje špičatost. Následujícím krokem je dosazení odhadnutých parametrů a simulovaných rozdělení do VG procesu, který má tvar:

$$VG=\theta(g_t-1)+\vartheta\sqrt{g_t}\varepsilon+\mu\,, \qquad (2.40)$$

kde $g_t \in \mathcal{G}[\nu,\frac{1}{\nu}]$ má gamma rozdělení a $\varepsilon \in N(0,1)$ je náhodná chyba a má normální normované rozdělení.

Nyní lze přejít již k odhadu modelu VaR, který se získá jako mínus kvantil na dané hladině významnosti.

Výše uvedené úvahy se týkaly výhradně simulací pro jednotlivé finanční nástroje. Pro portfolio je situace poněkud složitější. Pokud mezi finančními nástroji není korelace, lze analýzu portfolia zredukovat na analýzu jednotlivých finančních nástrojů. Nicméně pokud existuje vztah mezi proměnnými, je nutné korelaci zahrnout.

2.3.7. Porovnání tradičních metod na výpočet VaR

Metoda VaR se liší v schopnosti měřit riziko složitějších finančních nástrojů, jakými jsou opce, jednoduchost implementace, jednoduchost vysvětlení, flexibilita při analýze dopadů změn v předpokladech a spolehlivostí výsledků. Nejlepší možnost výběru je dána tím, který rozměr manažer rizika považuje za nejdůležitější.

Nejjednodušší metodou na určení VaR je historická simulace. Tato metoda je jednoduchá a srozumitelná. Nedostatkem je, že pro výpočet musí být k dispozici časové řady příslušných tržních faktorů, a že zkoumané období nemusí být typické, což může vést k podhodnocení nebo nadhodnocení čísla VaR.

Ze všech třech metod si největší požadavky klade metoda variance-kovariance. Předpoklad normálního rozdělení sice lze v některých případech akceptovat – zejména, když se zkoumají dlouhé časové intervaly. Obecně je však empiricky dokázáno, že rozdělení pravděpodobnosti změn proměnných, jako jsou ceny akcií, měnové kurzy a úrokové míry vykazuje buď špičatost, šikmost nebo kombinaci obou případů.[8] Znamená to, že předpoklad normálního rozdělení u všech vstupních proměnných vede k tomu, že číslo VaR vypočítané metodou variance-kovariance může být podhodnocené.

Teoreticky nejlepší metodou pro výpočet VaR je simulace Monte Carlo. Její použití je sice časově náročné a vyžaduje nejvíce zkušeností a profesionality, ale hlavně je tato metoda důkladná.

Kritika VaR

Koncept k měření rizika, VaR, je velice atraktivní metodou pro finanční i nefinanční instituce, ale to neznamená, že využití modelu Value at Risk nepředstavuje žádné problémy v praxi.

Výhody VaR

- Univerzálnost – ta samá koncepce se používá prakticky pro všechny druhy tržních rizik, stejně jako ta stejná koncepce může být použita k měření jiných rizik, např. úvěrové riziko nebo operační. Samozřejmě, že postupy se navzájem od sebe liší, ale riziko je vyjádřeno jednotným způsobem, který usnadňuje porovnávání.
- Určuje pravděpodobnost pevné změny hodnoty rizikového faktoru (ostatní riziková opatření, např. volatilita a citlivost toto neurčují).
- Riziko je lehce interpretovatelné (jako maximální možná ztráta v peněžních jednotkách).
- Může být použita k určení kapitálové přiměřenosti finanční instituce.
- Bere v úvahu efekt diverzifikace portfolia.

Nevýhody VaR

- Určuje ztráty způsobené „normálním“ fungováním trhu s určitými předpoklady (čas, úroveň tolerance), takže pokud dojde k náhlým změnám podmínek na trhu, bude VaR neužitečná.
- Nespecifikuje, jak velké budou ztráty, pokud hodnota VaR bude překročena.
- Obtíže při přesném hodnocení, zejména pro složitá portfolia.
- Výsledky jsou citlivé na metodu odhadu.

[8] DELIANEDIS, G.; LAGNADO, R.; TIKHONOV, S.: Monte Carlo Simulation of Non-normal Processes, working papper, London: Midas – Kapiti Intl., 2000, s. 3. Viz [3]

3. Základní metody ověřování odhadu rizika

V předchozí kapitole byly popsány různé metody výpočtu Value at Risk. Aby bylo možné hodnotit kvalitu odhadů, měly by být vždy modely zpětně testovány pomocí vhodných metod. Zpětné testování je statistický postup, kdy skutečné zisky a ztráty jsou systematicky ve srovnání s odpovídajícími VaR odhady. Například, pokud hladina spolehlivosti používaná pro výpočet denní VaR je 99%, lze očekávat, že výjimka se v průměru vyskytne jednou za 100 dní. V procesu zpětného testování lze statisticky zkoumat, zda četnost výjimek nad zadaným časovým intervalem je v souladu se zvolenou hladinou spolehlivosti. Tyto typy testů jsou známé jako testy bezpodmínečného pokrytí.

Zpětné testování je ve vyhlášce ČNB charakterizováno jako:

„Oprávněný orgán dohledu prověří, zda povinná osoba je schopna provádět zpětné testování jak skutečných, tak hypotetických změn hodnoty portfolia. Zpětné testování hypotetických změn hodnot portfolia je založeno na porovnání hodnoty portfolia na konci obchodního dne a jeho hodnoty na konci následujícího obchodního dne za předpokladu nezměněných pozic. Oprávněný orgán dohledu vyžaduje po povinné osobě přijetí náležitých nápravných opatření, identifikuje-li v jejích postupech pro zpětné testování nedostatky. Oprávněný orgán dohledu vyžaduje po povinné osobě zpětné testování hypotetických a skutečných změn hodnoty portfolia. Povinná osoba zaznamená počet překročení při zpětném testování hypotetických změn i počet překročení při zpětném testování skutečných změn a pro účely stanovení plus faktoru použije větší z obou hodnot.“[9]

Teoreticky, dobrý odhad VaR nejen produkuje „správné“ množství výjimek, ale také by tyto výjimky měly být rovnoměrně rozloženy v čase, tzn. nezávislost mezi výjimkami.

Tato kapitola si klade za cíl poskytnout pohled do různých metod pro zpětné testování Value at Risk.

Nejprve se nadefinuje, že vypočtená VaR na den t je takové, že portfolio ztrát v den $t+1$ bude pouze větší než odhad VaR s pravděpodobností p. Pokud se bude dodržovat časová řada z minulosti ex-ante odhadů VaR a minulých ztrát ex-post, P/L, mohou se „sekvence“ o porušování VaR definovat jako:

[9] VYHLÁŠKA ČNB: http://www.cnb.cz/cs/legislativa/obezretne_podnikani/obsah.html

$$I_{t+1} = \begin{cases} 1, & jestliže\ PL_{t+1} > VaR_{t+1}^{p} \\ 0, & jestliže\ PL_{t+1} < VaR_{t+1}^{p} \end{cases} . \tag{3.1}$$

Sekvence přiřadí 1 na den $t + 1$, pokud je ztráta pro daný den větší než předpovídal pro daný den model VaR. Pokud VaR nebyla překročena, pak sekvence přiřadí danému dni 0. Pro zpětné testování modelu odhadu rizik se sestrojí posloupnost $\{I_{t+1}\}_{t=1}^{T}$ pro T dní s uvedením, kdy došlo v minulosti k porušení.

Po získání posloupnosti hodnot se může přejít k samotnému zpětnému testování.

3.1. Základní frekvenční test

Nejběžnějším zpětným testem, který poskytl Kupiec v roce 1995[10], je spočítat počet výjimek VaR, tj. počet dní, kdy ztráty finančních nástrojů překročí VaR odhady. Idea testu spočívá v tom, že frekvence ztrát, které překročí VaR, by měla být stejná jako předpokládaná frekvence na základě hladiny významnosti, při které je VaR počítána. Nulová hypotéza říká, že model je kvalitní, tedy počet překročení sleduje binomické rozdělení:

$$\mathrm{P}(x|n,p) = \binom{n}{p} \cdot p^{x} \cdot (1-p)^{n-x} , \tag{3.2}$$

kde x je počet pozorovaných překročení, p je pravděpodobnost překročení $p = (1 - \alpha)$, n je počet pozorování (historických údajů) P/L a $\mathrm{P}(x|n,p)$ je pravděpodobnost, že počet překročení ztrát větších než VaR bude x z n pozorování v případě, že VaR je počítána na hladině významnosti $\alpha = (1 - p)$.

Při testování se můžeme dopustit dvou chyb: zamítnutí kvalitního modelu, což je chyba prvního druhu, nebo přijmutí špatného modelu, což je chyba druhého druhu. Minimalizovat současně obě chyby se nedá. Postup je stanovit chybu 1. druhu a minimalizovat chybu 2. druhu.

H_0: počet překročení odpovídá očekávanému počtu překročení – model je kvalitní.

$$H_0\colon x = x_0\ oproti\ H_1\colon x \neq x_0 ,$$

$$\mathrm{P}(x_0 \in K) = \alpha ,$$

$$\mathrm{P}(x_0 < c \vee x_0 > c) = \alpha ,$$

[10] RESTI, A., SIRONI, A. viz [9]

$$c \in \left\{ \left(-\infty, Biinv\left(\frac{\alpha}{2}, n, p\right) \right) \vee \left(Biinv\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n, p\right), \infty \right) \right\}.$$

H_0 nelze zamítnout na hladině významnosti α, jestliže počet překročení x splňuje podmínku

$$x \in \langle Biinv\left(\frac{\alpha}{2}, n, p\right), Biinv\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n, p\right) \rangle , \tag{3.3}$$

kde K je množina, do které když padne x, tak se H_0 zamítá, x_0 je proměnná, která splňuje předpoklad binomického rozdělení $Bi(n,p)$, $Biinv(.,n,p)$ je inverzní distribuční funkce binomického rozdělení $Bi(n,p)$ a c je hledaná konstanta.

Binomické rozdělení lze aproximovat na základě centrální limitní věty normálním rozdělením následovně:

$$x \sim Bi(n,p) ,$$

$$N = \frac{x - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1) . \tag{3.4}$$

Model nelze zamítnout, jestliže:

$$x \in \langle \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right), \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \rangle , \tag{3.5}$$

kde $\Phi^{-1}(\alpha)$ je inverzní distribuční funkce normovaného normálního rozdělení.

3.2. Basel traffic light

Basel traffic light neboli „basilejský semafor“ probíhá na základě porovnání posledních 250 denních odhadů VaR s pravděpodobností 99%. Model je pak hodnocen počtem výjimek během tohoto období. Velikost rizika kapitálového požadavku stoupá, jestliže se zvyšuje riziko finančního nástroje. Krom toho, rizikový kapitálový požadavek závisí na výsledku back testu (zpětného testování).

$$B_t = \begin{cases} 3 & jestliže\ x \leq 4 \qquad zelená \\ 3 + 0.2(x-4) & jestliže\ 5 \leq x \leq 9 \qquad žlutá \\ 4 & jestliže\ 10 \leq x \qquad červená \end{cases} . \tag{3.6}$$

Zde B_t je faktor navýšení kapitálového požadavku tržního rizika a x je počet výjimek za 250 obchodních dnů. Basilejský semafor klasifikuje výsledky zpětného testování do tří kategorií: zelená, žlutá a červená zóna.

Za předpokladu, že model je kvalitní, očekávaný počet výjimek je 2,5. Pokud nejsou v modelu více jak čtyři výjimky, náleží model do zelené zóny.

ˇ Žlutá zóna se skládá z výjimek pět až devět. Zpětné testování výsledků v žluté zóně může obecně způsobit zvýšení multiplikačního faktoru, v závislosti na počtu výjimek. Tato zvýšení nejsou výhradně automatická, protože žlutá zóna nutně neznamená, že model je nepřesný. Pokud banka není v tomto případě schopna prokázat, že model VaR je v zásadě kvalitní, může být orgány dohledu zvážená revize požadavků.

Červená zóna obecně naznačuje možný problém s modelem VaR, a proto by měla automaticky vést k odmítnutí modelu VaR.

Proces Basilejského semaforu je nedostačující pro úplné zamítnutí modelu, spíše slouží jako předběžná zkouška, a proto by měly být uplatněny vyspělejší testy.

3.3. Kupiecův nepodmíněný likelihood ratio test (POF-test)

Pomocí tohoto testu netestujeme počet výskytů překročení, ale nepodmíněné pokrytí, což je pravděpodobnost výskytu překročení oproti očekávané pravděpodobnosti výskytu překročení:

H_0: model je kvalitní, tedy $x/n = p$

$$LR_{pof} = -2\ln[(1-p)^{n-x} \cdot p^x] + 2\ln\left[\left(1-\frac{x}{n}\right)^{n-x} \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^x\right], \qquad (3.7)$$

$$LR_{pof} \sim \chi^2(1),$$

kde x je počet pozorovaných překročení, p je pravděpodobnost překročení, n je počet pozorování a LR_{pof} je testovací statistika, která vyjadřuje, zda empirická pravděpodobnost x/n je dostatečně blízko predikované frekvenci $p = (1-\alpha)$ a má chí-kvadrát rozdělení s 1 stupněm volnosti. Tedy, H_0 nelze zamítnout na hladině významnosti α, jestliže:

$$\chi^2_{inv}\left(\frac{\alpha}{2}, 1\right) \leq LR_{pof} \leq \chi^2_{inv}\left(1-\frac{\alpha}{2}, 1\right), \qquad (3.8)$$

kde $\chi^2_{inv}(., df)$ je inverzní distribuční funkce chí-kvadrát rozdělení s *df* stupni volnosti.

3.4. Christoffersonův podmíněný likelihood ratio test

Kupiecův nepodmíněný test hodnotí pouze frekvenci výskytů překročení, avšak jestli uvažujeme, že jednotlivá překročení mají stejné rozdělení a jsou nezávislá, tak není správné, aby se překročení shlukovala.

Ideou testu je rozdělení testování na dvě části:

1. část pojednává o tom, zda empirická pravděpodobnost x/n je dostatečně blízko predikované frekvenci – testovací statistika LR_{pof}, která již byla zmíněná.
2. část pojednává o tom, zda výskyt překročení je náhodný – testovací statistika LR_{ind}.

$$LR_{pof} = -2\ln[(1-p)^{n-x} \cdot p^x] + 2\ln\left[\left(1-\frac{x}{n}\right)^{n-x} \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^x\right],$$

$$LR_{ind} = 2\ln\frac{(1-\pi_{01})^{n_{00}} \cdot {\pi_{01}}^{n_{01}}(1-\pi_{11})^{n_{10}} \cdot {\pi_{11}}^{n_{11}}}{(1-\pi_2)^{n_{00}+n_{10}} \cdot {\pi_2}^{n_{01}+n_{11}}}, \tag{3.9}$$

$$\pi_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00}+n_{01}}, \qquad \pi_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10}+n_{11}}, \qquad \pi_2 = \frac{n_{01}+n_{11}}{n_{00}+n_{01}+n_{10}+n_{11}}, \tag{3.10}$$

$$LR_{cc} = LR_{pof} + LR_{ind}, \tag{3.11}$$

kde n_{ij} je počet pozorování, které byly v čase $t-1$ ve stavu i (ztráta $> VaR_\alpha$=1, ztráta $< VaR_\alpha = 0$) a v čase t ve stavu j (ztráta $> VaR_\alpha$=1, ztráta $< VaR_\alpha = 0$), π_{ij} je pravděpodobnost, že ze stavu i se posuneme do stavu j a π_2 je pravděpodobnost, že nastane překročení.

Testovací statistika LR_{ind} má chí-kvadrát rozdělení s jedním stupněm volnosti, tak jako testovací statistika LR_{pof}. Jelikož se testovací statistika Christoffersonova testu skládá ze dvou samostatných statistik, má chí-kvadrát rozdělení s dvěma stupni volnosti.

H_0 nelze zamítnout na hladině významnosti α, jestliže:

$$\chi^2_{inv}\left(\frac{\alpha}{2}, 2\right) \leq LR_{cc} \leq \chi^2_{inv}\left(1-\frac{\alpha}{2}, 2\right). \tag{3.12}$$

Výhodou testu je jeho schopnost identifikovat, proč model nesplňuje požadavky. Zvlášť se testuje, zda výskyt překročení je náhodný, jako tzv. test shluku, a zvlášť se testuje nepodmíněné pokrytí.

3.5. Smíšený Kupiecův test

Christoffersonův test není schopen zachytit závislost ve všech formách, protože se domnívá (používá) jen závislost vyjádřenou mezi dvěma po sobě jdoucími dny.

Testovací statistika pro jednotlivou výjimku má tvar:

$$LR_i = -2\ln\left(\frac{p(1-p)^{v_i-1}}{\left(\frac{1}{v_i}\right)\left(1-\frac{1}{v_i}\right)^{v_i-1}}\right), \tag{3.13}$$

kde v_i je čas mezi výjimkami i a $i-1$. S vypočtenými statistikami pro všechny jednotlivé výjimky, dostáváme test nezávislosti, kde nulová hypotéza je, že výjimky jsou mezi sebou nezávislé.

Testovací statistika nezávislosti pro *N* výjimek má tvar:

$$LR_{indmix} = \sum_{i=2}^{n}\left[-2\ln\left(\frac{p(1-p)^{v_i-1}}{\left(\frac{1}{v_i}\right)\left(1-\frac{1}{v_i}\right)^{v_i-1}}\right)\right] - 2\ln\left(\frac{p(1-p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right)\left(1-\frac{1}{v}\right)^{v-1}}\right), \tag{3.14}$$

která má chí-kvadrát rozdělení s *n* stupni volnosti.

Testovací statistika smíšeného Kupiecova testu je složena ze dvou testů, a to testu nezávislosti s testovací statistikou LR_{indmix} a Kupiecova testu LR_{pof} a má následující tvar:

$$LR_{mix} = LR_{pof} + LR_{indmix}, \tag{3.15}$$

která má chí-kvadrát rozdělení s $n+1$ stupni volnosti.

H_0 nelze zamítnout, jestliže $LR_{mix} < \chi^2_{(n+1)}$.

3.6. TUFF-test

Kupiec také navrhl v roce 1995 jiný typ zpětného testování, tedy TUFF-test, time until first failure (doba do první poruchy). Tento test měří čas, než nastane první výjimka v modelu, a je založena na podobných předpokladech jako POF-test. Testovací statistika se vypočte jako:

$$LR_{TUFF} = -2\ln\left(\frac{p(1-p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right)\left(1-\frac{1}{v}\right)^{v-1}}\right). \tag{3.16}$$

Zde má opět LR_{TUFF} χ^2 rozdělení s jedním stupněm volnosti. Pokud testovací statistika klesne pod kritickou hodnotu, model je přijat a pokud neklesne, je model zamítnut. Problém TUFF-testu je v tom, že má nízkou vypovídací schopnost o spolehlivosti VaR modelu. Tento test je proto lépe používat pouze jako úvod k POF-testu, kdy není větší soubor dat k dispozici. A také poskytuje vhodný rámec pro testování nezávislosti výjimek ve smíšeném Kupiecově testu (Dowd, 1998).

4. Ověření odhadu VaR pomocí vybraných metod

V této kapitole jsou popsány základní vstupní informace, stanovení vstupních parametrů, výpočet VaR pomocí simulace Monte Carlo a aplikace vybraných metod zpětného testovaní, které jsou uvedeny v teoretické části. Výpočet a hodnocení je prováděno pro každou vstupní informaci zvlášť pomocí matematického programu Wolfram Mathematica 7.

4.1. Vstupní informace

Banky musí v rámci Basel II dodržovat kapitálové požadavky k tržnímu riziku obchodního portfolia, které se stanovuje buď pomocí standardizovaných metod, nebo pomocí interních modelů – tzv. metodou Value at Risk. Tržní rizika vznikají v důsledku kolísání úrokových sazeb, směnných kurzů, kurzů akcií nebo komodit. Týkají se jak obchodních transakcí s denní tvorbou kurzu, tak i tradičního bankovního obchodu.

Na základě níže uvedených 5 měnových a 5 akciových titulů, je pro individuální pozice hlavním úkolem výpočet VaR pro 1% a jeho ověření odhadu pomocí zpětného testování. Znám je vývoj denních kurzů vybraných měn v poměru k české koruně a akcií za posledních 10 let, tj. v letech 2000-2009.

Euro

Euro je měnou eurozóny a po americkém dolaru druhý nejdůležitější reprezentant ve světovém měnovém systému. Měnová politika eurozóny je prováděna Evropskou centrální bankou ve Frankfurtu nad Mohanem. Euro je oficiálním platidlem v 17 z 27 států Evropské unie a v šesti dalších zemích mimo EU (eurozónu).

Britská libra

Libra šterlinků („pound sterling“) je oficiální měna Spojeného království. Původně libra označovala jednotku hmotnosti (1 libra = 453 gramů), až později se libra šterlinků začala používat i jako měnová jednotka.

Americký dolar

Americký dolar je oficiální měna Spojených států amerických i některých dalších zemí (Salvador, Ekvádor, Panama, atd.). Další státy (např. Portoriko) pak mají svou měnu pevně vázanou na kurs amerického dolaru. Americký dolar je nejpoužívanější měna v mezinárodních transakcích, v mnoha ostatních státech je také široce používána jako bankovní rezerva.

Švýcarský frank

Švýcarský frank je zákonným platidlem ve dvou alpských státech – Švýcarsku a Lichtenštejnsku. Zároveň je jediným oficiálním platidlem italské enklávy – Campione d´Italia. Švýcarský frank se dělí na 100 centů.

Polský zlotý

Złoty, jednotka polské měny, se dělí na 100 grošů. Do oběhu byl nově uveden v roce 1924 peněžníí reformou ministra financí, kdy nahradil polskou marku.

Amazon.com

Amazon.com, Inc působí jako on-line prodejce v Severní Americe a mezinárodně provozuje maloobchodní webové stránky, včetně amazon.com a amazon.ca. Společnost slouží spotřebitelům prostřednictvím svých maloobchodních webů a zaměřuje se na výběr, cenu a pohodlí. Nabízí také programy, které umožňují prodejci prodávat své výrobky na svých webových stránkách, a jejich vlastní webové stránky. Kromě toho firma také nabízí získat developerské schopnosti zákazníků prostřednictvím webových služeb Amazon, která poskytuje přístup k technologické infrastruktuře, kterou mohou developeři využít k tomu, aby si virtuálně vyzkoušeli různé typy podnikání. Firma dále zajišťuje marketingové a propagační dohody, jako například on-line reklamu. Amazon.com, Inc byla založena v roce 1994 a sídlí v Seattlu, Washington.

Logitech International SA

Společnost Logitech International a.s. se zabývá vývojem, a jejich uváděním na trh, produktů v oblasti navigace pro PC, komunikace přes internet, digitální hudba, domácí zábavní hry a bezdrátová zařízení. Společnost působí ve dvou segmentech, osobní periférie a videokonference. Do prvního segmentu patří polohovací zařízení, jako jsou myši, klávesnice, stolní počítače, notebooky, webkamery, reproduktory, sluchátka a další. Společnost působí v Americe, Evropě, na Středním východě, Africe a Asijko – pacifické oblasti. Společnost Logitech International a.s. byla založena v roce 1981 a sídlí ve Švýcarsku.

Microsoft Corporation

Microsoft Corporation vyvíjí, vyrábí licence, a podporuje celou řadu softwarových produktů a služeb pro různá výpočetní zařízení po celém světě. Společnosti Windows & Windows Live Division nabízí operační systém Windows, Windows Live a Internet Explorer. Nabízí operační systémy Windows, mezi které patří Windows 7, Windows Vista, Windows XP Home, a mnoho dalších. Společnost také poskytuje poradenství a služby, technickou podporu, školení a certifikaci. Firma nabízí on-line služby jako například Bing, MSN portály, on-line reklamy. Jako další služby tato firma nabízí programy Microsoft Office. Společnost vyrábí a prodává platformy Xbox, PC hry, softwary, on-line hry a služby, Microsoft PC hardwary a další. Microsoft byl založen v roce 1975 a sídlí v Redmondu, Washington.

Ryanair Holding

Ryanair Holding plc společně se svými dceřinými společnostmi působí jako nízkonákladová osobní letecká společnost v Irsku. Společnost obsluhuje kolem 155 letišť přibližně s flotilou 250 letadel. Firma také poskytuje různé doplňkové služby, které zahrnují kromě leteckých služeb, pronájmy automobilů, internetové služby, jako jsou pojištění, ubytování, cestování a prodej železničních a autobusových jízdenek. Společnost byla založena v roce 1985 a sídlí v irském Dublinu.

Petroleum Development Corporation

Petroleum Development Corporation, nezávislá energetická společnost, se zabývá průzkumem, vývojem, výrobou a uváděním ropy a zemního plynu na trh. Společnost se specializuje na nákup, agregaci a prodej zemního plynu od jiných výrobců. V prosinci 2009 společnost vlastnila přibližně 5000 vrtů. Petroleum prodává zemní plyn jiným obchodníkům, průmyslovým konečným odběratelům a dalším velkoobchodním firmám. Firma byla založena v roce 1995 a sídlí v Denveru, Colorado.

Tabulka 4.1 Vstupní informace

Měna	Označení	Akcie	Označení
Euro	EUR	Amazon.com Inc.	AMZN
Britská libra	GBP	Logitech International	LOGI
Americký dolar	USD	Microsof Corporation	MSFT
Švýcarský frank	CHF	Ryanair Holding plc.	RYAAY
Polský zlotý	PLN	Petroleum	PETD

Zdroj: Vlastní zpracování

Aby bylo možné vypočíst VaR, je nutné nejdříve vypočíst spojité výnosy a jejich základní parametry (střední hodnota, rozptyl a směrodatná odchylka). Následně bude provedena simulace 100 000 scénářů náhodného vývoje pomocí metody Monte Carlo pro normální rozdělení a smíšené rozdělení variance gamma.

4.2. Výpočet vstupních parametrů

Aby bylo možné vypočíst VaR a následně pomocí vybraných metod zpětně ověřit výpočet, je nutná simulace vývoje akciových indexů a měn na daný časový horizont. Pro simulaci náhodného vývoje měnových kurzů a akciových indexů je nejprve nutné vypočíst vstupní data. Těmito daty jsou spojité výnosy, střední hodnoty, rozptyly a směrodatné odchylky. Vstupní data měnových kurzů jsou zjištěna na základě historických dat zveřejňovaných Českou Národní Bankou, historická data akciových indexů jsou stažena z internetových stránek yahoo.com[11]. Znám je denní vývoj dat v letech 2000 - 2009.

Na základě vztahu (2.4) jsou určeny spojité výnosy, z kterých jsou dále pomocí klouzavých průměrů o délce 50 dní (2 měsíce), 100 dní (4 měsíce), 250 dní (1 rok), 500 dní (2 roky) a 1 000 dní (4 roky), vypočteny střední hodnoty výnosů $E(R_i)$ a směrodatné odchylky (σ_i).

Obsahem tabulky 4.2 a 4.3 jsou vypočtené vstupní parametry, tedy centrální momenty pro dané měnové kurzy a akcie.

Tabulka 4.2 Vstupní parametry – měnové kurzy

Momenty / Měny	EUR	GBP	USD	CHF	PLN
Střední hodnota	-0.0001	-0.0003	-0.0003	-0.0001	-0.0001
Směrodatná odchylka	0.0042	0.0064	0.0079	0.0053	0.0067
Šikmost	-0.0007	-0.0737	-0.0247	0.0077	-0.3472
Špičatost	10.6649	8.5879	6.6574	10.1185	10.1479

Zdroj: Vlastní zpracování

V tabulce 4.2 lze vidět vypočtené základní vstupní parametry, jako jsou střední hodnota, směrodatná odchylka, šikmost a špičatost. Koeficient šikmost neboli třetí centrální normovaný moment může být kladný nebo záporný podle toho, na kterou stranu jsou odchylky od střední hodnoty větší. Pokud je křivka hustoty pravděpodobnosti symetrická vzhledem ke střední hodnotě, je koeficient šikmosti nulový. Koeficient špičatosti neboli čtvrtý centrální normovaný moment charakterizuje rozdělení finančního instrumentu a porovnává dané rozdělení s normálním rozdělením pravděpodobnosti. Pro normální rozdělení pravděpodobnosti by byl koeficient špičatosti roven třem. V případě výsledku většího než tři jsou odchylky od střední hodnoty větší než u normálního rozdělení, v případě výsledku menšího než tři je tomu naopak.

[11] YAHOO: www.finance.yahoo.com

Tabulka 4.3 Vstupní parametry – akcie

Momenty / Měny	AMZN	LOGI	MSFT	RYAAY	PETD
Střední hodnota	0.0002	-0.0002	-0.0005	-0.0002	-0.0006
Směrodatná odchylka	0.0415	0.0409	0.0263	0.0374	0.0352
Šikmost	0.4269	-5.9125	-6.3266	-7.4853	0.4441
Špičatost	11.1686	103.389	163.78	138.96	9.7047

Zdroj: Vlastní zpracování

Z výše uvedené tabulky lze říci, že akcie AMZN a PETD jsou podle koeficientu šikmosti pozitivně nakloněny, a dle koeficientu špičatosti mají akcie větší počet odchylek od střední hodnoty normálního rozdělení. V případě akcií Logitech, Microsoft a Ryanair jsou koeficienty šikmosti i špičatosti extrémní.

Následně je provedena simulace Monte Carlo náhodného vývoje jednotlivých měn a akcií pro 100 000 scénářů a vypočtena VaR pro 1%.

Posledním krokem před ověřováním odhadu VaR pomocí vybraných metod zpětného testování je porovnání VaR s historickými daty. Na základě vztahu (3.1) přiřazujeme vypočteným hodnotám VaR nuly nebo jedničky. Pomocí tohoto procesu je získána posloupnost hodnot (nula, jedna).

Vyhodnocení zpětného testování je prováděno na základě významnosti, kdy pro finanční instituce by měla být splněna hladina významnosti 1%. Tedy, jestliže významnost testovací statistiky daných testů bude větší než 0,01, hodnotí se model pro odhad VaR jako statisticky významný na hladině 1%.

4.3. Zpětné testovaní – normální rozdělení

V této kapitole jsou aplikovány vybrané metody zpětného testování k ověření odhadu VaR pro normální rozdělení. Na základě těchto výpočtů jsou jednotlivé testy okomentovány a vzájemně porovnány. Celý proces je proveden pro každou měnu a akcii jednotlivě.

4.3.1. EUR – Euro

Postupně se vyhodnotí testy jako Základní frekvenční test, Basel traffic light, Kupiecův nepodmíněný test, Christoffersonův test, smíšený Kupiecův test a TUFF-test, které byly popsány v teoretické části.

Základní frekvenční test

Základní frekvenční test je pravděpodobně nejrozšířenější test. Idea testu spočívá v tom, že frekvence ztrát, které překročily VaR, by měla být stejná jako předpokládaná frekvence na základě hladiny významnosti, při které je VaR počítána.

Testovací statistika *N* je vypočtená dle vztahu (3.4).

Tabulka 4.4 Základní frekvenční test EURO

Měna	Interval	Základní frekvenční test - X			
		Výjimky		*N*	Významnost
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
EURO	50	25	46	4.3160	0
	100	24	37	2.6228	0.0044
	250	23	40	3.6581	0.0001
	500	20	49	6.4517	0
	1 000	15	43	7.1813	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Z výsledků tabulky 4.4 je zřejmé, že jednotlivá délka klouzavých průměrů, která sloužila k výpočtu VaR, ovlivňuje výsledky frekvenčního testu. Nejlepších výsledků je dosaženo pro délku 100 dní, kdy se skutečný počet výjimek nejvíce blížil předpokládanému počtu. Závěrem lze říci, že model není významný ani v jednom případě, jelikož hladina významnosti 1% nebyla splněna.

Basel traffic light

Test Basel traffic light, který zkoumá počet výjimek za 250 dní (tedy 1 rok) v modelu odhadu VaR, zařazuje kvalitu modelu do třech zón (zelená, žlutá nebo červená). Jelikož v této práci se testuje VaR za posledních 10 let (přibližně 2500 dat) je potřeba provést přepočet. Tedy získaný počet skutečných výjimek za posledních 10 let je vydělen počtem roků (10) a je stanoven průměrný počet výjimek v jednom roce.

Tabulka 4.5 Basilejský semafor EURO

Měna	Interval	**Basel traffic light**	
		Zóna	$\boldsymbol{B_t}$
EURO	50	Žlutá	3.12
	100	Zelená	3
	250	Zelená	3
	500	Žlutá	3.18
	1 000	Žlutá	3.06

Zdroj: Vlastní výpočet

Dle testu Basel traffic light neboli „basilejský semafor" nelze ani v jednom případě zamítnout významnost modelu VaR (viz tabulka 4.5). Zelená zóna vede k závěru, že model je kvalitní a žlutá zóna nevede jednoznačně k odmítnutí modelu, proto je třeba tento závěr ověřit více sofistikovanými testy.

Kupiecův test

Předchozí Základní frekvenční test lze také vyjádřit pomocí likelihood ratio, kde se netestuje počet výskytu překročení, ale nepodmíněné pokrytí → pravděpodobnost výskytu překročení oproti očekávané pravděpodobnosti výskytu překročení. Testovací statistika LR_{pof} vyjadřuje, zda empirická pravděpodobnost *x/n* je dostatečně blízko predikované frekvenci $p = (1 - \alpha)$ a má chí-kvadrát rozdělení s 1 stupněm volnosti.

Tabulka 4.6 Kupiecův test EURO

Měna	Interval	**Kupiecův test -** $\boldsymbol{LR_{pof}}$	
		$\boldsymbol{LR_{pof}}$	**Významnost**
EURO	50	14.8477	0.0001
	100	5.9185	0.0149
	250	10.9011	0.0010
	500	29.7454	0
	1 000	34.4606	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Pomocí Kupiecova testu je zjištěno, že pouze pro interval o délce 100 dní je model statisticky významný, a to na hladině významnosti 1%, což lze vidět v tabulce 4.6.

POF-test bere v úvahu jen četnost ztrát, a nebere v úvahu, kdy k nim dojde. Jako výsledek to může dojít až k odmítnutí modelu. Proto je přistoupeno k dalšímu testu – Christoffersonův test.

Christoffersonův test

Pomocí testu shluku a jeho testovací statistiky LR_{ind}, která vyjadřuje, zda výskyt překročení je náhodný, může být vypočten následující Christoffersonův test, který spojuje dva testy dohromady, a to Kupiecův nepodmíněný test LR_{pof} a test shluku LR_{ind}. Testovací statistika LR_{ind} je vypočtená dle vzorce (3.9) a testovací statistika LR_{cc} je vypočtená dle vztahu (3.11). Vypočtené hodnoty jsou zachyceny v tabulce 4.7.

Tabulka 4.7 Christoffersonův test EURO

Měna	Interval	**Test shluku - LR_{ind}**		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
		LR_{ind}	**Významnost**	**LR_{cc}**	**Významnost**
EURO	50	3.4347	0.0638	18.2825	0.0001
	100	2.2932	0.1299	8.2117	0.0165
	250	1.6638	0.1971	12.5649	0.0019
	500	4.5409	0.0331	34.2863	0
	1 000	10.7117	0.0011	45.1724	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Z výsledků testu shluku je zřejmé, že model je statisticky významný, což znamená, že jednotlivá překročení mají náhodný charakter. Christoffersonův test ukázal, že pouze při výpočtu VaR klouzavým průměrem v intervalu 100 dní je model významný, a to na hladině spolehlivosti 1%.

Smíšený Kupiecův test

Christoffersonův test není schopen zachytit závislost ve všech formách, protože se domnívá (používá) jen závislost vyjádřenou mezi dvěma po sobě jdoucími dny. Proto je použit další test, a to Smíšený Kupiecův test, který měří čas mezi výjimkami → tak je test schopen zachytit obecnější formy závislosti. Smíšený Kupiecův test je rozdělen na dvě jednotlivé části. První část tvoří již dříve vypočtený Kupiecův test pomocí testovací statistiky LR_{pof} a druhou část tvoří test nezávislosti, kde nulová hypotéza je, že výjimky jsou mezi sebou nezávislé.

Tabulka 4.8 Smíšený Kupiecův test EURO

Měna	Interval	**Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}**			
		Test nezávislosti			
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
EURO	50	70.4036	0.0039	85.2513	0.0001
	100	46.3838	0.0765	52.3024	0.0302
	250	54.5053	0.0317	65.4064	0.0037
	500	91.8599	0	121.6050	0
	1 000	111.8390	0	146.2990	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Pomocí testu nezávislosti je zjištěno, že pouze pro VaR, který je vypočítán klouzavým průměrem o délce 100 a 250 dní je model významný, a to na hladině významnosti 1% (viz tabulka 4.8). Výsledek smíšeného Kupiecova testu vyhodnocuje odhad VaR jako statisticky významný na hladině spolehlivosti 1% pro interval klouzavého průměru o délce 100 dní.

Time until first failure

Kupiec (1995) rovněž zavedl test založený na předpokladu, že pro $VaR_t(p)$ dojde k první ztrátě v $\nu = \frac{1}{p}$ dní. Pomocí testovací statistiky, která má chí-kvadrát rozdělení s 1 stupněm volnosti se dospělo k těmto výsledkům (viz tabulka 4.9).

Tabulka 4.9 Time until first failure EURO

Měna	Interval	**Time until first failure**	
		LR_{TUFF}	**Významnost**
EURO	50	0.4795	0.4887
	100	0.7394	0.3899
	250	0.6417	0.4231
	500	0.4121	0.5209
	1 000	0.5556	0.4560

Zdroj: Vlastní výpočet

Z výsledků je zřejmé, že model je statisticky významný na hladině významnosti 1%. Tato testovací statistika je součástí vzorce testovací statistiky LR_{indmix}, která byla vypočtena výše.

4.3.2. GBP – britská libra

Nyní budou testy aplikovány na dalším měnovém kurzu, jelikož se jinak vyvíjí než předchozí měna Euro.

Tabulka 4.10 Zpětné testování GBP

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
GBP	50	25	47	4.5184	0
	100	24	40	3.2361	0.0006
	250	23	39	3.4470	0.0003
	500	20	47	6.0041	0
	1 000	15	41	6.6652	0
		Basel traffic light		**Kupiecův test - LR_{pof}**	
Měna	Interval	**Zóna**	B_t	LR_{pof}	**Významnost**
GBP	50	Žlutá	3.14	16.1334	0
	100	Zelená	3	8.7463	0.0031
	250	Zelená	3	9.7756	0.0018
	500	Žlutá	3.14	26.2215	0
	1 000	Žlutá	3.02	30.3155	0
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
Měna	Interval	LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
GBP	50	1.0582	0.3036	17.1916	0.0002
	100	-	-	-	-
	250	1.8037	0.1793	11.5793	0.0031
	500	5.0661	0.0244	31.2876	0
	1 000	15.8708	0	46.1863	0
Měna	Interval	**Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}**			
		Test nezávislosti			
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
GBP	50	70.5556	0.0067	86.6890	0.0002
	100	50.0085	0.1114	58.7548	0.0281
	250	59.8450	0.0075	69.6206	0.0009
	500	86.2580	0	112.4800	0
	1 000	83.8917	0	114.2070	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Z výsledků Základního frekvenčního testu, které jsou zachyceny v tabulce 4.10, lze konstatovat, že model je nevýznamný pro všechny intervaly klouzavých průměrů, jelikož nesplňuje ani jednu z požadovaných hladin významností, a to 1%, 5% ani 10%.

Basilejský semafor jednoznačně neprokázal, zda je model VaR nepřesný. Žlutá zóna nevede jednoznačně k odmítnutí modelu.

Následující test, Kupiecův test, potvrzuje výsledky Základního frekvenčního testu, že model není statisticky významný.

Test shluku, který je součástí výpočtu Christoffersonova testu, prokázal, že minimální ztráty neboli výjimky, mají náhodný charakter. Konečný výsledek Christoffersonova testu již potvrzuje předešlé výsledky testů, že model není statisticky významný. V případě intervalu klouzavého průměru o délce 100 dní nelze test vyhodnotit, jelikož v celém modelu pro odhad VaR se nevyskytly dvě výjimky po sobě.

Smíšený Kupiecův test, jehož konečný výsledek se skládá z dvou částí, a to testu nezávislosti a Kupiecova nepodmíněného testu, jednoznačně potvrdil statistickou nevýznamnost modelu, jelikož dle testu nezávislosti jsou výjimky nezávislé pouze v případě klouzavého průměru o délce 100 dní a konečná testovací statistika LR_{mix} prokázala statistickou významnost testu na hladině 1% pouze v případě nezávislosti výjimek (viz tabulka 4.10).

Tabulka 4.11 Time until first failure GBP

Měna	Interval	**Time until first failure**	
		LR_{TUFF}	**Významnost**
GBP	50	0.4561	0.4995
	100	0.6417	0.4231
	250	0.6729	0.4120
	500	0.4561	0.4995
	1 000	0.6118	0.4341

Zdroj: Vlastní výpočet

Tento test měří čas, kdy dojde k první výjimce. Z výsledků v tabulce 4.11 je zřejmá statistická významnost modelu na 1% hladině významnosti, což znamená, že k první výjimce nedochází příliš brzy.

4.3.3. USD – americký dolar

Jednotlivé zpětné testy pro model odhadu VaR jsou aplikovány i na nejpoužívanější měnu v mezinárodních transakcích.

Z tabulky 4.12 je jednoznačně zřejmá ve všech případech, statistická nevýznamnost modelu, jelikož ani v jednom z případů není u Základního frekvenčního testu dosažena požadovaná hladina významnosti. Zelená zóna v žádném případě nevede k odmítnutí modelu.

Tabulka 4.12 Zpětné testování USD

<table>
<tr><th rowspan="3">Měna</th><th rowspan="3">Interval</th><th colspan="4">Základní frekvenční test - X</th></tr>
<tr><th colspan="2">Výjimky</th><th rowspan="2">N</th><th rowspan="2">Významnost</th></tr>
<tr><th>X_0 - předpoklad.</th><th>X - skutečnost</th></tr>
<tr><td rowspan="5">USD</td><td>50</td><td>25</td><td>40</td><td>3.1020</td><td>0.0009</td></tr>
<tr><td>100</td><td>24</td><td>38</td><td>2.8273</td><td>0.0023</td></tr>
<tr><td>250</td><td>23</td><td>40</td><td>3.6581</td><td>0.0001</td></tr>
<tr><td>500</td><td>20</td><td>37</td><td>3.7663</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1000</td><td>15</td><td>28</td><td>3.3107</td><td>0.0005</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Měna</th><th rowspan="2">Interval</th><th colspan="2">Basel traffic light</th><th colspan="2">Kupiecův test - LR_{pof}</th></tr>
<tr><th>Zóna</th><th>B_t</th><th>LR_{pof}</th><th>Významnost</th></tr>
<tr><td rowspan="5">USD</td><td>50</td><td>Zelená</td><td>3</td><td>8.0998</td><td>0.0044</td></tr>
<tr><td>100</td><td>Zelená</td><td>3</td><td>6.8081</td><td>0.0091</td></tr>
<tr><td>250</td><td>Zelená</td><td>3</td><td>10.9011</td><td>0.0010</td></tr>
<tr><td>500</td><td>Zelená</td><td>3</td><td>11.3796</td><td>0.0007</td></tr>
<tr><td>1 000</td><td>Zelená</td><td>3</td><td>8.7715</td><td>0.0031</td></tr>
<tr><th rowspan="2">Měna</th><th rowspan="2">Interval</th><th colspan="2">Test shluku - LR_{ind}</th><th colspan="2">Christoffersonův test - LR_{cc}</th></tr>
<tr><th>LR_{ind}</th><th>Významnost</th><th>LR_{cc}</th><th>Významnost</th></tr>
<tr><td rowspan="5">USD</td><td>50</td><td>0.1692</td><td>0.6808</td><td>8.2689</td><td>0.0160</td></tr>
<tr><td>100</td><td>0.2562</td><td>0.6127</td><td>7.0643</td><td>0.0292</td></tr>
<tr><td>250</td><td>1.6638</td><td>0.1971</td><td>12.5649</td><td>0.0019</td></tr>
<tr><td>500</td><td>0.1568</td><td>0.6921</td><td>11.5364</td><td>0.0031</td></tr>
<tr><td>1 000</td><td>0.3704</td><td>0.5428</td><td>9.1418</td><td>0.0103</td></tr>
<tr><th rowspan="3">Měna</th><th rowspan="3">Interval</th><th colspan="4">Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}</th></tr>
<tr><th colspan="2">Test nezávislosti</th><th colspan="2"></th></tr>
<tr><th>LR_{indmix}</th><th>Významnost</th><th>LR_{mix}</th><th>Významnost</th></tr>
<tr><td rowspan="5">USD</td><td>50</td><td>61.6876</td><td>0.0089</td><td>69.7874</td><td>0.0018</td></tr>
<tr><td>100</td><td>62.7548</td><td>0.0038</td><td>69.5629</td><td>0.0009</td></tr>
<tr><td>250</td><td>66.9722</td><td>0.0018</td><td>77.8734</td><td>0.0001</td></tr>
<tr><td>500</td><td>86.2121</td><td>0</td><td>97.5917</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1 000</td><td>84.6025</td><td>0</td><td>93.374</td><td>0</td></tr>
</table>

Zdroj: Vlastní výpočet

Kupiecův test potvrzuje výsledky obou předchozích testů, a to statistickou nevýznamnost modelu.

Test shluku potvrdil náhodný charakter výskytu daných výjimek. Výsledky Christoffersonova testu vykazují statistickou významnost modelu na hladině významnosti 1% v případě časových intervalů klouzavých průměrů o délce 50, 100 a 1 000 dní. Ve zbylých dvou případech není model statisticky významný.

Statistická nevýznamnost modelu byla potvrzena i pomocí smíšeného Kupiecova testu, který se vypočítá pomocí testovací statistiky LR_{mix} (3.15).

Tabulka 4.13 Time until first failure USD

Měna	Interval	**Time until first failure**	
		LR_{TUFF}	**Významnost**
USD	50	0.6417	0.4231
	100	0.7054	0.4010
	250	0.6417	0.4231
	500	0.7394	0.3899
	1 000	1.1248	0.2889

Zdroj: Vlastní výpočet

Daný test zkoumá, po jakém čase dojde k první výjimce (ztrátě) a je součástí výpočtu smíšeného Kupiecova testu. Z tabulky 4.13 je zřejmé, že model je významný na hladině významnosti 1%.

4.3.4. CHF – švýcarský frank

Osm testů zkoumajících kvalitu a významnost modelu odhadu VaR je aplikováno i pro následující měnu švýcarský frank. Jednotlivé testy vyhodnocují počet výjimek a jejich vzájemný vztah jako např. nezávislost. Obsahem níže uvedené tabulky 4.14 jsou výsledky jednotlivých testů získaných pomocí programu Wolfram Mathematica 7.

Základní frekvenční test, který porovnává počet předpokládaných a počet skutečných výjimek, vykazuje statistickou nevýznamnost modelu na hladinách spolehlivostí 1%, 5% a 10%. Žlutá zóna v posledních dvou případech nevede jednoznačně k odmítnutí modelu.

Pouze v případě intervalu klouzavého průměru o délce 100 dní je model statisticky významný na hladině významnosti 1%, čili odhad byl v daném případě kvalitní z 99%. V ostatních případech lze říci, že model je statisticky nevýznamný.

Tabulka 4.14 Zpětné testování CHF

<table>
<tr><td rowspan="3">Měna</td><td rowspan="3">Interval</td><td colspan="4">Základní frekvenční test – X</td></tr>
<tr><td colspan="2">Výjimky</td><td rowspan="2">N</td><td rowspan="2">Významnost</td></tr>
<tr><td>X_0 - předpoklad.</td><td>X - skutečnost</td></tr>
<tr><td rowspan="5">CHF</td><td>50</td><td>25</td><td>40</td><td>3.1020</td><td>0.0009</td></tr>
<tr><td>100</td><td>24</td><td>35</td><td>2.2140</td><td>0.0134</td></tr>
<tr><td>250</td><td>23</td><td>39</td><td>3.4470</td><td>0.0003</td></tr>
<tr><td>500</td><td>20</td><td>46</td><td>5.7804</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1 000</td><td>15</td><td>48</td><td>8.4715</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Měna</td><td rowspan="2">Interval</td><td colspan="2">Basel traffic light</td><td colspan="2">Kupiecův test - LR_{pof}</td></tr>
<tr><td>Zóna</td><td>B_t</td><td>LR_{pof}</td><td>Významnost</td></tr>
<tr><td rowspan="5">CHF</td><td>50</td><td>Zelená</td><td>3</td><td>8.0998</td><td>0.0044</td></tr>
<tr><td>100</td><td>Zelená</td><td>3</td><td>4.3056</td><td>0.0380</td></tr>
<tr><td>250</td><td>Zelená</td><td>3</td><td>9.7756</td><td>0.0018</td></tr>
<tr><td>500</td><td>Žlutá</td><td>3.12</td><td>24.5245</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1 000</td><td>Žlutá</td><td>3.16</td><td>45.6435</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Měna</td><td rowspan="2">Interval</td><td colspan="2">Test shluku - LR_{ind}</td><td colspan="2">Christoffersonův test - LR_{cc}</td></tr>
<tr><td>LR_{ind}</td><td>Významnost</td><td>LR_{cc}</td><td>Významnost</td></tr>
<tr><td rowspan="5">CHF</td><td>50</td><td>4.7739</td><td>0.0289</td><td>12.8737</td><td>0.0016</td></tr>
<tr><td>100</td><td>2.6355</td><td>0.1045</td><td>6.9411</td><td>0.0311</td></tr>
<tr><td>250</td><td>8.2228</td><td>0.0041</td><td>17.9984</td><td>0.0001</td></tr>
<tr><td>500</td><td>5.3438</td><td>0.0208</td><td>29.8683</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1 000</td><td>11.7897</td><td>0.0006</td><td>57.4333</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Měna</td><td rowspan="3">Interval</td><td colspan="4">Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}</td></tr>
<tr><td colspan="2">Test nezávislosti</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>LR_{indmix}</td><td>Významnost</td><td>LR_{mix}</td><td>Významnost</td></tr>
<tr><td rowspan="5">CHF</td><td>50</td><td>56.4222</td><td>0.0163</td><td>64.5220</td><td>0.0034</td></tr>
<tr><td>100</td><td>45.8826</td><td>0.0532</td><td>50.1882</td><td>0.0281</td></tr>
<tr><td>250</td><td>49.1250</td><td>0.0451</td><td>58.9006</td><td>0.0069</td></tr>
<tr><td>500</td><td>87.6231</td><td>0</td><td>112.1480</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1 000</td><td>128.1060</td><td>0</td><td>173.7490</td><td>0</td></tr>
</table>

Zdroj: Vlastní výpočet

Christoffersonův test potvrdil výsledky předchozího Kupiecova testu, a to statistickou významnost modelu pouze v případě klouzavého průměru o délce 100 dní na hladině významnosti 1%.

Výjimky jsou mezi sebou nezávislé pouze v prvních třech případech, a celkový výsledek testu potvrdil statistickou významnost modelu na hladině významnosti 1% pouze v případě, kdy interval klouzavého průměru je o délce 100 dní (4 měsíce).

Tabulka 4.15 Time until first failure CHF

Měna	Interval	Time until first failure	
		LR_{TUFF}	**Významnost**
CHF	50	0.6417	0.4231
	100	0.8119	0.3676
	250	0.6729	0.4120
	500	0.4795	0.4887
	1 000	0.4336	0.5102

Zdroj: Vlastní výpočet

Test, zkoumající kdy dojde k první výjimce, ukazuje statistickou významnost modelu na hladině významnosti 1%, tzn. ve všech případech je spolehlivost modelu, kdy dojde k první výjimce kvalitní. Výsledky jsou obsahem tabulky 4.15.

4.3.5. PLN – polský zlotý

Níže uvedený obsah tabulky 4.16 vykazuje výsledky TUFF-testu, který zkoumá, kdy dojde v modelu k první výjimce.

Tabulka 4.16 Time until first failure PLN

Měna	Interval	Time until first failure	
		LR_{TUFF}	**Významnost**
PLN	50	0.3523	0.5528
	100	0.5292	0.4669
	250	0.7394	0.3899
	500	0.9336	0.3339
	1 000	0.9780	0.3227

Zdroj: Vlastní výpočet

Model je statisticky významný na hladině spolehlivosti 1%.

Z výsledků uvedených v následující tabulce 4.17 je dle Základního frekvenčního testu model statisticky nevýznamný na hladinách významností 1%, 5% i 10%. Model VaR není s danou pravděpodobností kvalitní. Zelená a žlutá zóna v testu Basel traffic light nevede k odmítnutí modelu.

Tabulka 4.17 Zpětné testování PLN

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
PLN	50	25	52	5.53016	0
	100	24	44	4.05384	0
	250	23	37	3.02484	0.0012
	500	20	32	2.64737	0.0041
	1 000	15	31	4.0848	0
		Basel traffic light		**Kupiecův test - LR_{pof}**	
Měna	Interval	**Zóna**	B_t	LR_{pof}	**Významnost**
PLN	50	Žlutá	3.24	23.1952	0
	100	Žlutá	3.08	13.2236	0.0003
	250	Zelená	3	7.6825	0.0056
	500	Zelená	3	5.9488	0.0147
	1 000	Zelená	3	12.8168	0.0003
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
Měna	Interval	LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
PLN	50	7.9871	0.0047	31.1823	0
	100	20.1529	0	33.3765	0
	250	18.4553	0	26.1378	0
	500	10.5796	0.0011	16.5284	0.0003
	1 000	18.2783	0	31.0951	0
		Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}			
Měna	Interval	**Test nezávislosti**			
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
PLN	50	72.0429	0.0084	95.2381	0
	100	52.5110	0.0371	65.7346	0.0025
	250	55.9603	0.0028	63.6427	0.0005
	500	74.9535	0	80.9023	0
	1 000	62.6730	0	75.4898	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Statistická významnost modelu je potvrzena pomocí Kupiecova nepodmíněného testu pouze v případě intervalu klouzavého průměru o délce 500 dní, a to na hladině významnosti 1%.

Christoffersonův test, který bere v úvahu umístění jednotlivých výjimek, vykazuje statistickou nevýznamnost modelu ve všech případech.

Smíšený Kupiecův test jednoznačně potvrzuje statistickou nevýznamnost modelu na všech očekávaných hladinách významností.

4.3.6. AMZN – Amazon.com, Inc

Nyní je provedeno zpětné testování pro odhad VaR na akcii. V následujících tabulkách 4.18 a 4.19 jsou zachyceny výsledky jednotlivých testů.

Tabulka 4.18 Zpětné testování AMZN

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
AMZN	50	25	32	1.5088	0.0657
	100	24	31	1.4220	0.0775
	250	23	24	0.3047	0.3803
	500	20	20	-0.0135	0.5054
	1 000	15	21	1.5384	0.0620
		Basel traffic light		**Kupiecův test - LR_{pof}**	
Měna	Interval	**Zóna**	B_t	LR_{pof}	**Významnost**
AMZN	50	Zelená	3	2.0783	0.1494
	100	Zelená	3	1.8533	0.1734
	250	Zelená	3	0.0909	0.7629
	500	Zelená	3	0.0002	0.9893
	1 000	Zelená	3	2.1079	0.1465
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
Měna	Interval	LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
AMZN	50	0.6048	0.4367	2.6831	0.2614
	100	0.6577	0.4174	2.5110	0.2849
	250	5.0069	0.0252	5.0978	0.0782
	500	5.9588	0.0146	5.9590	0.0508
	1 000	4.5601	0.0327	6.6680	0.0357
		Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}			
Měna	Interval	**Test nezávislosti**			
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
AMZN	50	34.0520	0.2788	36.1303	0.2412
	100	38.8678	0.1042	40.7211	0.0916
	250	45.2655	0.0016	45.3564	0.0024
	500	43.0405	0.0005	43.0407	0.0008
	1 000	44.6562	0.0005	46.7640	0.0004

Zdroj: Vlastní výpočet

Základní frekvenční test (viz tabulka 4.18), zkoumající počet výjimek v modelu, ukazuje statistickou významnost modelu na hladině významnosti 1%. U daných případů je tedy model s určitou pravděpodobností kvalitní. Pomocí následujícího testu, byla zjištěna zelená zóna, která hodnotí model jako kvalitní.

Kupiecův test potvrzuje statistickou významnost modelu na hladině významnosti 1%. Tento test tedy vyhodnocuje, že model VaR je kvalitní.

Christoffersonův test, který je důkladnějším testem než předchozí tři testy, potvrzuje statistickou významnost modelu ve všech případech klouzavých průměrů na hladině významnosti 1%.

Pomocí smíšeného Kupiecova testu, který má ještě lepší vypovídací schopnost než Christoffersonův test, jelikož zkoumá i délku mezi jednotlivými výjimkami, potvrzuje statistickou významnost modelu už pouze v prvních dvou případech délky klouzavých průměrů. V ostatních třech případech je statistická významnost modelu zamítnuta.

Tabulka 4.19 Time until first failure AMZN

Akcie	Interval	Time until first failure	
		LR_{TUFF}	**Významnost**
AMZN	50	0.9336	0.3339
	100	0.9780	0.3227
	250	1.3588	0.2437
	500	1.6516	0.1987
	1 000	1.5717	0.2099

Zdroj: Vlastní výpočet

V tabulce 4.19 jsou uvedeny výsledky testu TUFF, který zkoumá, kdy dojde k první výjimce v modelu, a vykazují statistickou významnost modelu na 1% hladině významnosti.

4.3.7. LOGI – Logitech Internationl SA

Zpětné testování bylo provedeno i pro následující akcii, která se jinak vyvíjí než předchozí akcie Amazon.com.

V tabulce 4.20 vykazuje první z použitých testů v případech 100 a 250 dní, že model není statisticky významný. V následujících intervalech klouzavých průměrů o délce 250, 500 a 1 000 dní je na 1% hladině významnosti model statisticky významný. Zelená a žlutá zóna jednoznačně nevede k odmítnutí správnosti modelu.

Tabulka 4.20 Zpětné testování LOGI

Měna	Interval	Základní frekvenční test - X			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
LOGI	50	25	49	4.9352	0
	100	24	39	3.0424	0.0012
	250	23	28	1.1345	0.1282
	500	20	24	0.8669	0.1930
	1 000	15	9	-1.5839	0.9434
		Basel traffic light		**Kupiecův test - LR_{pof}**	
Měna	Interval	**Zóna**	B_t	LR_{pof}	**Významnost**
LOGI	50	Žlutá	3.18	18.9142	0
	100	Zelená	3	7.8010	0.0052
	250	Zelená	3	1.1969	0.2740
	500	Zelená	3	0.7080	0.4001
	1 000	Zelená	3	2.9349	0.0867
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
Měna	Interval	LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
LOGI	50	0.0007	0.9797	18.9148	0
	100	4.9207	0.0265	12.7217	0.0017
	250	3.9072	0.0481	5.10403	0.0779
	500	4.6036	0.0319	5.3116	0.0702
	1 000	-	-	-	-
		Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}			
		Test nezávislosti			
Měna	Interval	LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
LOGI	50	68.4830	0.0220	87.3972	0.0004
	100	63.9088	0.0020	71.7098	0.0004
	250	68.1773	0	69.3741	0
	500	63.2807	0	63.9886	0
	1 000	13.0260	0.1110	15.9608	0.0677

Zdroj: Vlastní výpočet

Kupiecův test vykazuje podobné výsledky jako Základní frekvenční test, a to v prvních dvou případech model je staticky nevýznamný a v dalších případech je model statisticky významný na hladině významnosti 1%.

Výsledky testu shluku vykazují, že model je statisticky významný na hladině významnosti 1% ve všech případech, tedy výjimky mají náhodný charakter. Christoffersonův test statistickou významnost modelu potvrzuje pouze ve dvou případech, a to v intervalech klouzavých průměrů o délce 250 a 500 dní. V posledním případě, kdy délka klouzavého průměru je 1 000 dní, test nelze vyhodnotit.

Smíšený Kupiecův test vykazuje, že model je statisticky významný na hladině významnosti 1%.

Tabulka 4.21 Time until first failure LOGI

Akcie	Interval	Time until first failure	
		LR_{TUFF}	**Významnost**
LOGI	50	0.4121	0.5209
	100	0.6729	0.4120
	250	1.1248	0.2889
	500	1.3588	0.2437
	1 000	3.0922	0.0787

Zdroj: Vlastní výpočet

Ve všech případech je model statisticky významný na hladině významnosti 1% (viz tabulka 4.21).

4.3.8. MSFT – Microsoft Corporation

Výsledky zpětného testování následujícího modelu VaR pro akcii Microsoft Corporation jsou zachyceny v tabulce 4.22.

Podle Základního frekvenčního testu je model statisticky významný pouze pro interval klouzavého průměru o délce 250 dní, a to na hladině významnosti 1%. Zelená zóna nevede k odmítnutí modelu, jelikož počet výjimek nepřekročil danou hodnotu.

Pomocí Kupiecova testu se vyhodnocuje, že pouze v druhém a třetím případě je model statisticky významný, a to na hladině významnosti 1%.

Dle testu shluku je zjištěno, že výjimky mají náhodný charakter v případě intervalu klouzavého průměru o délce 250 dní. Celkový výsledek Christoffersonova testu, který spojuje dva testy dohromady, potvrzuje statistickou významnost modelu pouze v třetím případě (250 dní). Pro interval klouzavých průměru o délkách 50 a 100 dní nelze test shluku ani Christoffersonův test vyhodnotit.

Tabulka 4.22 Zpětné testování MSFT

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		**N**	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
MSFT	50	25	39	2.9101	0.0018
	100	24	37	2.6332	0.0042
	250	23	32	1.9796	0.0239
	500	20	37	3.7790	0
	1 000	15	38	5.9092	0
		Basel traffic light		**Kupiecův test - LR_{pof}**	
Měna	Interval	**Zóna**	**B_t**	**LR_{pof}**	**Významnost**
MSFT	50	Zelená	3	7.1934	0.0073
	100	Zelená	3	5.9617	0.0146
	250	Zelená	3	3.4727	0.0624
	500	Zelená	3	11.4475	0.0007
	1 000	Zelená	3	24.5999	0
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
Měna	Interval	**LR_{ind}**	**Významnost**	**LR_{cc}**	**Významnost**
MSFT	50	-	-	-	-
	100	-	-	-	-
	250	0.5097	0.4753	3.9823	0.1365
	500	8.1635	0.0043	19.6110	0
	1 000	9.3934	0.0022	33.9932	0
Měna	Interval	**Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}**			
		Test nezávislosti			
		LR_{indmix}	**Významnost**	**LR_{mix}**	**Významnost**
MSFT	50	46.0443	0.1736	53.2377	0.0639
	100	56.5309	0.0159	62.4926	0.0055
	250	59.4888	0.0011	62.9614	0.0006
	500	91.7988	0	103.2460	0
	1 000	106.1260	0	130.7260	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Smíšený Kupiecův test, který má největší vypovídací schopnost z uvedených testů, vykazuje, že model je staticky významný pouze pro interval o délce 50 dní, a to na hladině významnosti 1%.

Tabulka 4.23 Time until first failure MSFT

Akcie	Interval	Time until first failure	
		LR_{TUFF}	**Významnost**
MSFT	50	0.6729	0.4120
	100	0.7394	0.3899
	250	0.9336	0.3339
	500	0.7394	0.3899
	1 000	0.7054	0.4010

Zdroj: Vlastní výpočet

Z tabulky 4.23 je zřejmé, že tento test, který je dílčí částí smíšeného Kupiecova testu, vykazuje statistickou významnost modelu ve všech intervalech a to na hladině významnosti 1%.

4.3.9. RYAAY – Ryanair Holding plc.

Základní frekvenční test, Kupiecův nepodmíněný test, Christoffersonův nebo smíšený Kupiecův test je proveden i pro následující akcii obchodovatelnou na americké burze (viz tabulka 4.24).

Výsledky Základního frekvenčního testu ukazují, že pouze v prvním případě není model statisticky významný. V ostatních případech je model statisticky významný na hladině významnosti 1%. Basel traffic light a jeho zelená zóna ve všech intervalech nevede k odmítnutí modelu.

Kupiecův test ve všech případech vykazuje statistickou významnost modelu na hladině významnosti 1%. Pro ověření je třeba použití více sofistikovanějších testů, které berou v úvahu i vztah mezi výjimkami, např. nezávislost.

Christoffersonův test, který bere v úvahu, zda výjimky mají mezi sebou náhodný charakter, vykazuje statistickou nevýznamnost modelu ve všech intervalech pro hladiny významností 1%, 5% a 10%. Pro interval klouzavého průměru 1 000 dní nelze test shluku ani Christoffersonův test vyhodnotit z důvodu, že se výjimky v celém modelu nevyskytly hned po sobě.

Tabulka 4.24 Zpětné testování RYAAY

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
RYAAY	50	25	37	2.5051	0.0061
	100	24	30	1.2010	0.1149
	250	23	25	0.5007	0.3083
	500	20	10	-2.2692	0.9884
	1 000	15	16	0.2248	0.4111
		Basel traffic light		**Kupiecův test - LR_{pof}**	
Měna	Interval	**Zóna**	B_t	LR_{pof}	**Významnost**
RYAAY	50	Zelená	3	5.4374	0.0197
	100	Zelená	3	1.3389	0.2472
	250	Zelená	3	0.2425	0.6224
	500	Zelená	3	6.3189	0.0119
	1 000	Zelená	3	0.0496	0.8238
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
Měna	Interval	LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
RYAAY	50	9.5750	0.0020	15.0124	0.0005
	100	12.6554	0.0004	13.9943	0.0009
	250	9.4886	0.0021	9.7311	0.0077
	500	11.7008	0.0006	18.0197	0.0001
	1 000	-	-	-	-
Měna	Interval	**Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}**			
		Test nezávislosti			
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
RYAAY	50	41.6817	0.1175	47.1190	0.0529
	100	37.1691	0.0556	38.5080	0.0543
	250	44.3545	0.0021	44.5970	0.0030
	500	19.3315	0.0072	25.6504	0.0012
	1 000	43.7759	0.0001	43.8255	0.0002

Zdroj: Vlastní výpočet

Smíšený Kupiecův test, který má ještě lepší vypovídací schopnost než předchozí Christoffersonův test, jelikož bere v úvahu i vzdálenost mezi jednotlivými výjimkami, vykazuje, že v prvních dvou intervalech o délce 50 a 100 dní je model statisticky významný, a to na hladině významnosti 1%.

Tabulka 4.25 Time until first failure RYAAY

Akcie	Interval	Time until first failure	
		LR_{TUFF}	Významnost
RYAAY	50	0.7394	0.3899
	100	1.0246	0.3114
	250	1.2956	0.2550
	500	2.8896	0.0892
	1 000	2.0305	0.1542

Zdroj: Vlastní výpočet

Test, který zkoumá, kdy dojde k první výjimce v modelu, vykazuje statistickou významnost ve všech uvedených intervalech, což je zachyceno v tabulce 4.25.

4.3.10. PETD – Petroleum Development Corporation

V následující tabulce 4.26 jsou zachyceny výsledky zpětného testování modelu pro odhad VaR.

Pomocí Základního frekvenčního testu je zjištěno, že model není statisticky významný, jelikož počet skutečných výjimek není srovnatelný s počtem předpokládaných výjimek pro daný model. Žlutá zóna, ve většině případů, zjištěna pomocí testu Basilejský semafor nevede k odmítnutí modelu.

Kupiecův test potvrzuje výsledky předchozího Základního frekvenčního testu, že model není statisticky významný na hladinách významností 1%, 5% ani 10%.

Pomocí testu shluku lze zjistit, že výjimky mají náhodný charakter, avšak celkový výsledek Christoffersonova testu vykazuje, že model není statisticky významný ani v jednom případě.

Tabulka 4.26 Zpětné testování PETD

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
PETD	50	25	58	6.7782	0
	100	24	52	5.7216	0
	250	23	44	4.5336	0
	500	20	42	4.9198	0
	1 000	15	28	3.3475	0.0004
		Basel traffic light		**Kupiecův test - LR_{pof}**	
Měna	Interval	**Zóna**	B_t	LR_{pof}	**Významnost**
PETD	50	Žlutá	3.36	33.2359	0
	100	Žlutá	3.24	24.5775	0
	250	Žlutá	3.08	16.0922	0
	500	Žlutá	3.04	18.4122	0
	1 000	Zelená	3	8.9443	0.0028
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
Měna	Interval	LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
PETD	50	3.5642	0.0590	36.8001	0
	100	2.2804	0.1310	26.8579	0
	250	6.5041	0.0108	22.5963	0
	500	6.3687	0.0116	24.7809	0
	1 000	6.0154	0.0142	14.9597	0.0006
Měna	Interval	**Smíšený Kupiecův test - LR_{mix}**			
		Test nezávislosti			
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
PETD	50	107.3120	0	140.5480	0
	100	90.4226	0.0002	115	0
	250	81.2508	0	97.3430	0
	500	75.6623	0.0002	94.0745	0
	1 000	58.3999	0.0001	67.3442	0

Zdroj: Vlastní výpočet

V tomto modelu je významná statistická závislost mezi výjimkami a celkový výsledek smíšeného Kupiecova testu, který má největší vypovídací schopnost z uvedených testů, potvrzuje všechny uvedené výsledky předchozích testů, že model není statisticky významný.

Tabulka 4.27 Time until first failure PETD

Akcie	Interval	Time until first failure	
		LR_{TUFF}	Významnost
PETD	50	0.2525	0.6153
	100	0.3523	0.5528
	250	0.5292	0.4669
	500	0.5831	0.4451
	1 000	1.1248	0.2889

Zdroj: Vlastní výpočet

Model je statisticky významný na hladině významnosti 1% (viz tabulka 4.27).

4.3.11. Shrnutí

Odhad VaR, který byl získán pomocí simulace Monte Carlo na bázi normálního rozdělení, byl vypočten pro jednotlivé měnové kurzy a akcie samostatně pomocí programu Mathematica. Jednotlivé odhady VaR byly zpětně testovány a interpretovány výše.

Na základě výsledných hodnot skutečných výjimek oproti očekávanému počtu výjimek dle Základního frekvenčního testu lze říci, že model na bázi normálního rozdělení není ve většině případů významný na hladinách významností 1%, 5% ani 10%. Test Basel traffic light, který je spíše používán jako informativní, vykazuje zelenou nebo žlutou zónu, což jednoznačně nevede k odmítnutí modelu. Tento test ale nebere v úvahu vztahy mezi výjimkami, proto jsou použity sofistikovanější testy. TUFF-test, který slouží jako úvod k POF-testu a měří čas, kdy dojde k první výjimce, hodnotil model VaR ve všech případech jako statisticky významný na hladině spolehlivosti 1%. Již zmiňovaný POF-test neboli Kupiecův nepodmíněný test, který měří pravděpodobnost výskytu skutečných výjimek oproti pravděpodobnosti očekávaných výjimek, potvrdil výsledky Základního frekvenčního testu. Christoffersonův test, který je rozdělen na dvě části, a to test shluku a předchozí Kupiecův test opět zamítl ve většině případů statistickou významnost modelu pro odhad VaR. Test shluku, který zkoumá náhodný vývoj výjimek v souboru, vycházel pozitivně v případě některých intervalů klouzavých průměrů měnových kurzů a akcií, a to např. u Eura, USD, CHF, LOGI a v případě akcie AMZN, vychází test shluku pozitivní ve všech případech intervalů, tedy vývoj výjimek je náhodný.

Christoffersonův test není schopen zachytit závislost ve všech formách, protože používá jen závislost vyjádřenou mezi dvěma po sobě jdoucími dny. Z tohoto důvodu, je použit poslední test. Smíšený Kupiecův test, který měří čas mezi výjimkami je jeden z testů, který má nejlepší vypovídací schopnost. Tento test je opět rozdělen na dvě části, a to na Kupiecův nepodmíněný test, který byl okomentován výše a test nezávislosti, kde nulovou hypotézou je nezávislost výjimek mezi sebou. Smíšený Kupiecův test potvrdil výsledky všech předchozích testů, jen je ještě více zredukoval. Statistická významnost modelu pro odhad VaR je zamítnuta.

Z tohoto důvodu je třeba přejít ke korekci modelu VaR, a to tak, že bude použit model pro odhad VaR na bázi nenormálního rozdělení, který bere v úvahu i šikmost a špičatost, která jsou patrná již ze vstupních výpočtů centrálních normovaných momentů (viz tabulka 4.2 a 4.3). Místo normálního rozdělení je tedy použito smíšené nenormální rozdělení – variance gamma rozdělení.

4.4. Zpětné testování – variance gamma rozdělení

Jelikož zpětné testování modelu VaR, který je vypočten pomocí metody simulace Monte Carlo na základě normálního rozdělení vykazuje ve většině případů měnových kurzů a akcií zamítnutí významnosti modelu na předpokládaných hladinách spolehlivostí, je třeba přejít ke korekci modelu.

Variance gamma rozdělení patří do skupiny Lévyho modelů, kam patří takové procesy, jejichž přírůstky jsou nezávislé a stacionární. Důležitým znakem variance gamma modelu je, že umožňuje modelovat vyšší momenty pravděpodobnostního rozdělení. Lze říci, že normální rozdělení, které je charakterizováno dvěma parametry (střední hodnotou a směrodatnou odchylkou) je nedostačující pro charakteristický tvar pravděpodobnostního rozdělení výnosů měnových kurzů a akcií.

Nyní se provede zpětné testování modelu VaR, který byl vypočten pomocí metody simulace Monte Carlo na základě variance gamma rozdělení, který bere v úvahu šikmost a špičatost. Zpětné testování je prováděno již pro vybrané délky klouzavých průměrů a to 100 dní (4 měsíce), 250 dní (1 rok) a 1000 dní (4 roky). Délka klouzavého průměru 1 000 dní je zahrnuta z důvodu, že extrémní hodnoty se mohou vyskytovat pouze na delším časovém úseku.

4.4.1. EUR – Euro

Obsahem tabulky 4.28 jsou výsledky zpětného testování variance gamma modelu, který bere v úvahu šikmost a špičatost.

Tabulka 4.28 Zpětné testování VG - EUR

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
EURO	100	24	27	0.5785	0.2815
	250	23	23	0.0697	0.4722
	1 000	15	20	1.2463	0.1063
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	0.3225	0.5701	1.1788	0.2776
	250	0.0048	0.9447	1.4257	0.2325
	1 000	1.4121	0.2347	1.6516	0.1987
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test -** LR_{cc}	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	8.9522	0.0028	9.2746	0.0097
	250	1.4289	0.2319	1.4338	0.4883
	1 000	9.9150	0.0016	11.3271	0.0035
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	41.0945	0.0116	41.4170	0.0150
	250	25.7702	0.2154	25.7750	0.2615
	1 000	32.9955	0.0074	34.4075	0.0074

Zdroj: Vlastní výpočet

Z výsledků Základního frekvenčního testu lze vyhodnotit, že předpokládaný počet výjimek se přibližně rovná skutečnému počtu výjimek, což znamená nezamítnutí nulové hypotézy, že model je kvalitní. Model je statisticky významný na hladině významnosti 1%. Zelená zóna v testu Basel traffic light opět nevede k odmítnutí modelu, což znamená, že během jednoho roku je počet výjimek menší nebo roven čtyřem. Kupiecův test i TUFF-test vykazují statistickou významnost modelu opět na hladině významnosti 1%. Statistická významnost modelu není potvrzena pomocí testu shluku a Christoffersonova testu v případě klouzavého průměru o délce 100 a 1 000 dní, což je v případě délky 100 dní následně vyloučeno pomocí smíšeného Kupiecova testu, který má ze všech uvedených testů největší vypovídací schopnost, kdy model je významný na hladině významnosti 1%.

4.4.2. GBP – britská libra

Další testovaný odhad VaR je pro měnu GBP, která se vyvíjí v čase jinak než EUR.

Tabulka 4.29 Zpětné testování VG - GBP

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
GBP	100	24	26	0.3741	0.3542
	250	23	26	0.7029	0.2411
	1 000	15	25	2.5366	0.0056
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	0.4718	0.4922	1.2356	0.2663
	250	0.1366	0.7117	1.2356	0.2663
	1 000	5.3823	0.0203	1.2956	0.2550
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test -** LR_{cc}	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	-	-	-	-
	250	-	-	-	-
	1 000	7.3021	0.0069	12.6844	0.0018
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	28.2087	0.2983	28.3452	0.3417
	250	28.1034	0.3031	28.5752	0.3308
	1 000	52.7669	0.0002	58.1492	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Statistická významnost modelu pro odhad VaR je potvrzena pomocí všech uvedených testů při délce klouzavých průměrů 100 a 250 dní na hladině významnosti 1%. Lze říci, že výjimky jsou mezi sebou nezávislé, a jejich počet odpovídá předpokládanému počtu za dané období. Pouze test shluku a s ním spojený Christoffersonův test nelze v prvních dvou případech vyhodnotit. Pro délku klouzavého průměru 1 000 dní vyhodnotily testy, jako Základní frekvenční, Christofferosnův nebo smíšený Kupiecův, model VaR jako statisticky nevýznamný. Výsledky jsou obsahem tabulky 4.29.

4.4.3. USD – americký dolar

Americký dolar je nejvíce používanou měnou v mezinárodních obchodech a často je využíván i jako bankovní rezerva.

Tabulka 4.30 Zpětné testování VG - USD

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
USD	100	24	31	1.3963	0.0813
	250	23	29	1.3362	0.0908
	1 000	15	19	0.9883	0.1615
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	1.7898	0.1810	0.9780	0.3227
	250	1.6406	0.2003	1.0735	0.3002
	1 000	0.9043	0.3416	1.7369	0.1875
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test -** LR_{cc}	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	0.7047	0.4012	2.4945	0.2873
	250	3.6698	0.0554	5.3103	0.0703
	1 000	1.4093	0.2352	2.3136	0.3145
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	50.8628	0.0073	52.6525	0.0065
	250	42.8763	0.0199	44.5169	0.0183
	1 000	68.6748	0	69.5791	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Základní frekvenční test u amerického dolaru vykazuje statistickou významnost modelu na hladině významnosti 1%. Zelená zóna potvrzuje výsledky Základního frekvenčního testu, tedy předpokládaný počet výjimek se rovná skutečnému počtu a v jednom roce počet těchto výjimek nebyl větší než čtyři. Kupiecův test, který zkoumá pravděpodobnost výskytu překročení proti očekávané pravděpodobnosti výskytu překročení, nezamítá nulovou hypotézu, tedy model je kvalitní na hladině významnosti 1%. Stejných výsledků se dospělo i pomocí TUFF-testu, který zkoumá, kdy dojde k první výjimce v modelu. Test shluku a Christoffersonův test potvrzuje předchozí výsledky testů, tedy model odhadu VaR je významný na hladině významnosti 1%. Smíšený Kupiecův test zamítl statistickou významnost modelu pro interval klouzavých průměrů 100 a 1 000 dní a pro 250 dní je model statisticky významný na hladině významností 1% (viz tabulka 4.30).

4.4.4. CHF – švýcarský frank

V tabulce 4.31 jsou zachyceny výsledné hodnoty zpětného testování modelu odhadu VaR pro švýcarský frank.

Model pro odhad VaR je podle Základního frekvenčního testu statisticky významný na hladině 1%. Zelená zóna znamená, že model nelze jednoznačně odmítnout a vede k vyhodnocení dalšího testu, Kupiecova POF-testu, který je pro odhad VaR o všech délkách klouzavých průměrů statististicky významný na hladině 1%. Time until first failure neboli TUFF-test vykazuje statistickou významnost na všech očekávaných hladinách významností, tedy k první výjimce nedochází dříve než v předpokládaném okamžiku. Test shluku a Christoffersonův test potvrdily, že výjimky se neshlukují, tedy mají náhodný charakter a model pro odhad VaR je statisticky významný opět na hladině významnosti 1% pro délku klouzavých průměrů 100 a 250 dní. Největší vypovídací schopnost z uvedených testů má smíšený Kupiecův test, který potvrdil výše uvedené testy, a tedy, že výjimky jsou mezi sebou nezávislé a model je kvalitní a statisticky významný v prvních dvou případech. Pro délku klouzavého průměru 1 000 dní test vyhodnocuje model VaR jako statisticky nevýznamný, čímž potvrdil výsledek Christoffersonova testu.

Tabulka 4.31 Zpětné testování VG - CHF

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
CHF	100	24	34	2.0095	0.0222
	250	23	28	1.1251	0.1303
	1 000	15	23	2.0205	0.0217
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	3.5853	0.0583	0.8506	0.3564
	250	1.1777	0.2778	1.1248	0.2889
	1 000	3.5249	0.0605	1.4257	0.2325
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test -** LR_{cc}	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	2.8194	0.0931	6.4047	0.0407
	250	3.9132	0.0479	5.0909	0.0784
	1 000	8.2577	0.0041	11.7826	0.0028
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	38.8406	0.1573	42.4259	0.1029
	250	25.2488	0.4485	26.4266	0.4399
	1 000	41.8668	0.0019	45.3917	0.0010

Zdroj: Vlastní výpočet

Celkově lze shrnout výsledky jednotlivých zpětných testů odhadu VaR pro klouzavé průměry o délce 100 a 250 dní, že model je statisticky významný na 1% hladině spolehlivosti.

4.4.5. PLN – polský zlotý

Základními hodnotícími testy jsou Základní frekvenční test, Kupiecův nepodmíněný test, test shluku, Christofferonův test, test nezávislosti a smíšený Kupiecův test. Výsledné hodnoty pro jednotlivé testy jsou zahrnuty v tabulce 4.32.

Tabulka 4.32 Zpětné testování VG - PLN

Měna	Interval	Základní frekvenční test - X			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
PLN	100	24	28	0.7830	0.2168
	250	23	22	-0.1414	0.5562
	1 000	15	20	1.2463	0.1063
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	0.5833	0.4450	1.1248	0.2889
	250	0.0202	0.8869	1.4965	0.2212
	1 000	1.4121	0.2347	1.6516	0.1987
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test -** LR_{cc}	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	13.7714	0.0002	14.3547	0.0008
	250	17.2733	0	17.2935	0.0002
	1 000	15.7998	0	17.2118	0.0002
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	32.1961	0.0961	32.7794	0.1088
	250	37.3711	0.0030	37.3913	0.0047
	1 000	38.1450	0.0009	39.5571	0.0009

Zdroj: Vlastní výpočet

Základní frekvenční test, Basel traffic light, Kupiecův POF-test i TUFF-test se shodují ve výsledcích, že model pro odhad VaR je statisticky významný na hladině významnosti 1%. Základní frekvenční test pro interval o délce 250 dní dokonce vyšel, že skutečný počet výjimek je menší než předpokládaný počet, proto testovací statistika vyšla záporně. Uvedené testy nemají silnou vypovídací schopnost, jelikož neberou v úvahu vztah mezi výjimkami (jejich nezávislost) a proto jsou provedeny následující testy. Test shluku i Christoffersonův test zamítli nulovou hypotézu, tedy náhodnost výjimek a nepotvrdily předchozí testy. Model pro odhad VaR není dle těchto dvou testů významný, tedy odhad není kvalitní s danou pravděpodobností. Smíšený Kupiecův test pro délku klouzavého průměru

250 a 1 000 dní potvrdil výsledek Christoffersonova testu, ale pro délku 100 dní je již dle tohoto testu model statisticky významný na hladině významnosti 1%.

4.4.6. AMZN – Amazon. Com. Inc

Výsledky jednotlivých testů použitých pro zpětné testování modelu pro odhad VaR jsou zobrazeny v tabulce 4.33.

Tabulka 4.33 Zpětné testování VG - AMZN

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
AMZN	100	24	28	0.8073	0.2097
	250	23	25	0.5163	0.3028
	1 000	15	13	-0.5335	0.7032
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	0.6191	0.4314	1.1248	0.2889
	250	0.2575	0.6118	1.2956	0.2550
	1 000	0.2984	0.5849	2.4006	0.1213
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	0.9271	0.3356	1.5462	0.4616
	250	1.1636	0.2807	1.42109	0.4914
	1 000	8.3284	0.0039	8.6268	0.0134
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	39.7035	0.0417	40.3226	0.0478
	250	43.5439	0.0059	43.8014	0.0081
	1 000	24.3622	0.0067	24.6606	0.0102

Zdroj: Vlastní výpočet

Základní frekvenční test, Basel traffic light i TUFF-test předběžně potvrdili kvalitu modelu, jelikož počet předpokládaných výjimek je přibližně shodný se skutečným počtem, k první výjimce nedochází dříve, než je pravděpodobně předpokládáno a zelená zóna také nevede k odmítnutí modelu, jelikož počet výjimek je za jeden rok menší nebo roven čtyřem. Kupiecův nepodmíněný POF-test, test shluku i Christoffersonův test mají větší vypovídací schopnost než předchozí testy a na základě žádného z uvedených testů nelze zamítnout nulovou hypotézu, tedy model je kvalitní, výjimky mají náhodný charakter a odhad VaR je statisticky významný na hladině spolehlivosti 1%. Smíšený Kupiecův test, který si klade nejvíce podmínek k potvrzení kvality odhadu VaR, potvrdil předchozí výsledky testů pouze v případě délky klouzavého průměru 100 a 1 000 dní, a to na hladině významnosti 1%. Pro délku 250 dní je model pro odhad VaR dle tohoto testu statisticky nevýznamný.

4.4.7. LOGI – Logitech International SA

Osm testů pro hodnocení kvality odhadu VaR bylo analyzováno i v případě akcie Logitech International. Výsledné hodnoty jsou zachyceny v souhrnném tabulkovém schématu tabulka 4.34.

Tabulka 4.34 Zpětné testování VG - LOGI

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
LOGI	100	24	36	2.4286	0.0076
	250	23	15	-1.6120	0.9465
	1 000	15	3	-3.1342	0.9991
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	5.1236	0.0236	0.7749	0.3787
	250	2.9492	0.0859	2.1439	0.1431
	1 000	14.6496	0.0001	5.4315	0.0198
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test -** LR_{cc}	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	0.3292	0.5661	5.4528	0.0655
	250	-	-	-	-
	1 000	-	-	-	-
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	52.2607	0.0235	57.3843	0.0099
	250	29.1240	0.0101	32.0731	0.0063
	1 000	13.7404	0.0010	28.3900	0

Zdroj: Vlastní výpočet

Dle Základního frekvenčního testu pro délku klouzavého průměru lze vyhodnotit odhad VaR jako statisticky nevýznamný, ale pro délku 250 dní je již tento model statisticky významný na předpokládané hladině spolehlivosti 1%. Zajímavostí je, že v druhém případě je skutečný počet výjimek menší než předpokládaný počet, a tedy testovací statistika vychází záporně. Basel traffic light, který nebere v úvahu nezávislost výjimek, opět vykazuje zelenou zónu, tedy počet výjimek je v daném roce menší nebo roven čtyřem. Kupiecův nepodmíněný test hodnotí odhad VaR jako statisticky významný na hladině 1%. TUFF-test, který je součástí testovací statistiky smíšeného Kupiecova testu a zkoumá, kdy dojde k první výjimce, opět potvrzuje statistickou významnost modelu na předpokládané hladině významnosti. Test shluku nezamítá nulovou hypotézu, že výjimky mají náhodný charakter a výsledky Christoffersonova testu opět hodnotí odhad VaR jako statisticky významný na hladině 1%. Pro délku klouzavého průměru 250 dní, již tyto testy nelze vyhodnotit z důvodu chybějících po sobě jdoucích výjimek. Test nezávislosti, který předchází a je součástí smíšeného Kupiecova testu, vykazuje, že výjimky jsou mezi sebou nezávislé. Konečný výsledek testovací statistiky smíšeného Kupiecova testu již hodnotí odhad VaR negativně a nepotvrzuje tak výsledky předchozích testů.

4.4.8. MSFT – Microsoft Corporation

Souhrnné výsledky zpětného testování odhadu VaR pro akcii Microsoft Corporation jsou uvedeny v tabulce 4.35.

Základní frekvenční test podobně jako u předchozí akcie vyhodnocuje pro délku klouzavého průměru model odhadu VaR jako statisticky nevýznamný a v případě délky 250 dní je dokonce počet skutečných výjimek menší než předpokládaný počet, tedy testovací statistika vychází záporně a model je statisticky významný na hladině významnosti 1%. Na základě testů Basel traffic light i Time until first failure lze model vyhodnotit jako kvalitní. Výsledky Kupiecova nepodmíněného testu jsou podobné jako u Základního frekvenčního testu, tedy pro délku 100 dní není model kvalitní a pro délku 250 dní je model statisticky významný na předpokládané hladině. Test shluku ani Christoffersonův test nelze v prvních dvou případech vyhodnotit z důvodu chybějících po sobě jdoucích výjimek v modelu VaR. V případě délky klouzavého průměru 1 000 dní, který byl použit při výpočtu modelu VaR, není odhad statisticky významný na žádné předpokládané hladině významnosti. Pomocí testu nezávislosti je zjištěno, že výjimky jsou mezi sebou nezávislé jen v případě délky 100 dní, ale

Tabulka 4.35 Zpětné testování VG - MSFT

Měna	Interval	Základní frekvenční test - X			
		Výjimky		*N*	Významnost
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
MSFT	100	24	38	2.8378	0.0023
	250	23	19	-0.7669	0.7784
	1 000	15	22	1.7751	0.0379
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	6.8546	0.0088	0.7054	0.4009
	250	0.6221	0.4303	1.7369	0.1875
	1 000	2.7635	0.0964	1.4965	0.2212
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test - LR_{cc}**	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	-	-	-	-
	250	-	-	-	-
	1 000	14.1792	0.0002	16.9427	0.0002
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	55.2697	0.0272	62.1243	0.0081
	250	34.9698	0.0095	35.5919	0.0118
	1 000	54.0687	0	56.8322	0

Zdroj: Vlastní výpočet

konečný výsledek smíšeného Kupiecova testu hodnotí model pro odhad VaR statisticky významný na hladině 1% pouze v případě délky klouzavého průměru 250 dní.

4.4.9. RYAAY – Ryanair Holding plc.

Ryanair Holding, akcie letecké společnosti a její odhad VaR pro variance gamma rozdělení je ověřen zpětným testováním. Výsledky jsou obsahem následující tabulky 4.36.

Tabulka 4.36 Zpětné testování VG - RYAAY

Měna	Interval	Základní frekvenční test - X			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
RYAAY	100	24	28	0.7918	0.2142
	250	23	24	0.2894	0.3861
	1 000	15	4	-2.8758	0.9980
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	0.5962	0.4400	1.1248	0.2889
	250	0.0822	0.7744	1.3588	0.2438
	1 000	11.6994	0.0006	4.7720	0.0289
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test -** LR_{cc}	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	8.5222	0.0035	9.1184	0.0105
	250	15.7982	0.0001	15.8803	0.0004
	1 000	-	-	-	-
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	28.5550	0.2373	29.1512	0.2576
	250	36.6444	0.0088	36.7266	0.0126
	1 000	17.3815	0.0006	29.0809	0

Zdroj: Vlastní výpočet

První čtyři použité testy, tedy Základní frekvenční, Basel traffic light, TUFF-test a Kupiecův test vykazují model pro odhad VaR jako statisticky významný na hladině významnosti 1%. Pomocí následujícího testu shluku a Christoffersonova testu je model vyhodnocen jako statisticky významný na hladině 1% v případě délky intervalu 100 dní. Test nezávislosti, který je součástí smíšeného Kupiecova testu říká, že výjimky jsou mezi sebou nezávislé v případě délky intervalu 100 dní a v tomto případě je dle konečného výsledku smíšeného Kupiecova testu model statisticky významný na hladině 1%.

4.4.10. PETD – Petroleum Development Corporation

Pro srovnání je provedeno zpětné testování odhadu VaR i pro méně výnosovou akcii Petroleum Development Corporation.

Tabulka 4.37 Zpětné testování VG - PETD

Měna	Interval	**Základní frekvenční test - X**			
		Výjimky		***N***	**Významnost**
		X_0 - předpoklad.	X - skutečnost		
PETD	100	24	39	3.0585	0.0011
	250	23	39	0.0003	0
	1 000	15	16	0.2408	0.4049
		Basel traffic light			
		Zóna		B_t	
	100	Zelená		3	
	250	Zelená		3	
	1 000	Zelená		3	
		Kupiecův test - LR_{pof}		**Time until first failure**	
		LR_{pof}	**Významnost**	LR_{TUFF}	**Významnost**
	100	7.8762	0.0050	0.6729	0.4120
	250	9.9224	0.0016	0.6729	0.4120
	1 000	0.0568	0.8116	2.0305	0.1542
		Test shluku - LR_{ind}		**Christoffersonův test -** LR_{cc}	
		LR_{ind}	**Významnost**	LR_{cc}	**Významnost**
	100	0.1887	0.6640	8.06485	0.0177
	250	1.7915	0.1807	11.7139	0.0029
	1 000	1.9731	0.1601	2.0299	0.3624
		Test nezávislosti		**Smíšený Kupiecův test -**	
		LR_{indmix}	**Významnost**	LR_{mix}	**Významnost**
	100	72.6856	0.0004	80.5618	0.0001
	250	78.1592	0.0001	88.0816	0
	1 000	34.2134	0.0019	34.2702	0.0031

Zdroj: Vlastní výpočet

V tabulce 4.37 je přehled výsledných hodnot jednotlivých zpětných testů pro odhad VaR akcie PETD. Základní frekvenční test i Kupiecův nepodmíněný test jednoznačně vykazují, že model není statisticky významný. Zelená zóna a TUFF-test vyhodnocují model jako kvalitní, tedy počet výjimek je v jednom roce menší nebo roven čtyřem a čas kdy dojde k první výjimce, není kratší, než test při dané pravděpodobnosti předpokládá. Dle testu shluku mají výjimky náhodný charakter. Podle testu nezávislosti, který měří i čas mezi jednotlivými výjimkami, lze nulovou hypotézu zamítnout, že výjimky jsou mezi sebou nezávislé. Christoffersonův test hodnotí model jako kvalitní a statisticky významný na hladině 1% pro délku intervalu 100 dní a smíšený Kupiecův test hodnotí model negativně v obou možnostech délky klouzavého průměru.

4.4.11. Shrnutí

Na základě výsledných hodnot skutečných výjimek oproti očekávanému počtu výjimek dle Základního frekvenčního testu lze říci, že model na bázi variance gamma rozdělení je ve většině případů významný na hladině spolehlivosti 1%. V některých případech dokonce skutečný počet výjimek je menší než očekávaný počet výjimek (testovací statistika vychází záporně). Pomocí testu Basel traffic light, který má pouze orientační vypovídací schopnost je u všech finančních nástrojů model VaR zařazen do zelené zóny.

Kupiecův nepodmíněný test neboli POF-test vyhodnotil odhad VaR pro všechny měnové kurzy jako statisticky významný a tedy pravděpodobnost výskytu překročení oproti očekávané pravděpodobnosti výskytu překročení je přiměřeně sobě rovna. U akcií test vyhodnotil model pro odhad VaR opět jako kvalitní a tedy statisticky významný, pouze pro akcii PETD byla kvalita modelu opět zamítnuta na daných hladinách významností.

Významnost modelu VaR je potvrzena i následujícím testem – Christoffersonovým testem, který je součtem Kupiecova testu a testu shluku. V některých případech, jako například pro měnový kurz GBP a akcii MSFT nelze test na určitém intervalu vyhodnotit, jelikož neexistují dvě po sobě jdoucí výjimky.

Smíšený Kupiecův test, který má z uvedených testů největší vypovídací schopnost vyhodnotil téměř pro všechny modely odhadu VaR finančních nástrojů jako statisticky významné na určitých hladinách spolehlivostí. Pouze u většiny odhadů VaR vypočtených na základě klouzavého průměru o délce 1 000 dní, jak u akcií, tak u měnových kurzů, vyhodnocuje smíšený Kupiecův test model VaR za statisticky nevýznamný.

4.5. Souhrnné srovnání

Pro lepší orientaci následuje nyní souhrnné porovnání všech analyzovaných testů u normálního rozdělení a variance gamma rozdělení jednotlivých měnových kurzů a akcií.

Bylo prokázáno, že správnost odhadu VaR závisí na výběru rozdělení pravděpodobnosti měnových kurzů a akcií. Pro normální rozdělení, které je charakterizováno dvěma parametry (střední hodnota a směrodatná odchylka), vychází model pro odhad VaR ve většině případů jako statisticky nevýznamný. Výsledky zpětného testování odhadu VaR pro měnové kurzy jsou mnohem horší než u akcií. Jednotlivé zpětné testy odhadu VaR pro akcie vykazují statistickou významnost modelu pro různé délky klouzavých průměrů, např. 50, 250, 500 nebo 1 000 dní. VaR pro akcii Amazon.com (AMZN) vykazuje ve všech případech klouzavých průměrů u jednotlivých testů statistickou významnost modelu na hladině významnosti 1%. Odhad VaR je statisticky významný ve většině výsledků také pro akcii LOGI. Výsledky odhadů VaR pro měnové kurzy jsou více negativní, jelikož statistická významnost modelu je potvrzena pouze některými testy a to jen pro klouzavý průměr o délce 100 dní. V ostatních případech je model statisticky nevýznamný.

Pro variance gamma rozdělení, které bere v úvahu i třetí a čtvrté centrální normované momenty, vychází model pro odhad VaR jako statisticky významný na hladině významnosti 1% skoro ve všech případech. Nejlepších výsledků je dosaženo pro délku klouzavého průměru 250 dní, tedy 1 rok. Pro délku klouzavých průměrů 1 000 dní (4 roky) jsou výsledky většinou negativní, což lze vysvětlit tak, že mohou zahrnovat volatilitu, která není dlouhodobě konstantní. Odhad VaR pro měnové kurzy je pro délky klouzavých průměrů 100 a 250 dní ve všech případech zpětných testů statisticky významný na hladině významnosti 1%. V případě akcií jsou výsledky podobné jako pro měnové kurzy.

5. Závěr

S obchodováním na finančních trzích vznikají potenciální rizika, která by měla být redukována. Pro účely řízení tržních rizik hlavní finanční instituce vyvinuly rozsáhlé modely pro měření rizik, která se mohou v některých přístupech lišit, ale většina modelů je na velmi podobné úrovni.

Předmětem a cílem diplomové práce byla analýza odhadu VaR pro vybrané měnové kurzy, akcie a následná aplikace vybraných zpětných testů pro ověření správnosti modelu. Value at Risk na měření měnového a akciového finančního nástroje byla počítána s denními výnosy za posledních 10 let na hladině významnosti 1% pro různé druhy délek klouzavých průměrů, např. 100 dní (4 měsíce), 250 dní (1 rok) nebo 1 000 dní (4 roky).

K odhadu vývoje měnových kurzů a akcií byla využita metoda simulace Monte Carlo, každý měnový kurz a akcie byly simulovány pro 100 000 scénářů a všechny výpočty byly provedeny pomocí programu Wolfram Mathematica 7. Náhodná čísla byla generována jak pro normální rozdělení, tak i pro smíšené rozdělení variance gamma, které bere v úvahu i šikmost a špičatost rozdělení pravděpodobnosti.

Pro ověření správnosti modelu byl odhad VaR vypočítán nejprve na bázi normálního, a poté i na bázi variance gamma rozdělení a bylo aplikováno celkem osm zpětných testů, z nichž největší vypovídací schopnost má smíšený Kupiecův test, který bere v úvahu i nezávislost mezi výjimkami.

Bylo prokázáno, že správnost odhadu VaR závisí na výběru rozdělení pravděpodobnosti měnových kurzů a akcií. Pro variance gamma rozdělení, které bere v úvahu i třetí a čtvrté centrální normované momenty, vychází model pro odhad VaR jako statisticky významný na hladině spolehlivosti 1% skoro ve všech případech. Nejlepších výsledků je dosaženo pro délku klouzavého průměru 250 dní, tedy 1 rok. Variance gamma model zahrnuje centrální normované momenty (např. špičatost) a spolehlivost odhadu je v tomto případě charakterizována delším časovým úsekem, tzn. použitím extrémních scénářů 1 000 dní (4 roky). Ukázalo se však, že pro 1 000 dní vycházejí zpětné testy negativně, což může být způsobeno volatilitou, která není dlouhodobě konstantní.

Jedním ze zjištěných problémů v oblasti tržního rizika je odhad rozdělení pravděpodobnosti finančních nástrojů při simulaci Monte Carlo potřebný k výpočtu Value at Risk. V Diplomové práci byla použita ke srovnání dvě různá rozdělení pravděpodobnosti a bylo zjištěno, že normální rozdělení pravděpodobnosti se jeví v případě měnových kurzů a akcií jako nevyhovující. Přičemž druhé použité rozdělení, variance gamma, které zahrnuje i třetí a čtvrté centrální normované momenty, se jeví dle výsledků zpětných testů odhadu VaR jako optimální.

Seznam použité literatury

Publikace:

[1] BERKOWITZ, J.; CHRISTOFFERSEN, P.; PELLETIER, D. (2007). *Evaluating Value-at-Risk Models with Desk-Level-Data.* CREATES Research Paper Series 2009. Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=1127226

[2] BERKOWITZ, J. & O´BRIEN, J. (2002). How Accurate are Value-at-Risk Models at Commercial Banks? *Journal of Finance*, Vol. 5, 2002

[3] DELIANEDIS, G., LAGNADO, R., TIKHONOV, S.: *Monte Carlo Simulation of Non-normal Processes,* working paper, London: Midas – Kapiti Intl., 2000.

[4] DOWD, K. (1998). *Beyond Value at Risk, The New Science of Risk Management.* John Wiley & Sons, England.

[5] ENGLE, R. F., MANGANELLI, S. (2004). CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantile. *Journal of Business and Economic Statistics 22*.

[6] CHRISTOFFERSEN, P. (2008). *Backtesting.* Journal of Empirical Finance, 2008

[7] CHRISTOFFESREN, P. (2004). Backtesting Value-at-Risk: A Duration-Based Approach. *Journal of Empirical Finance*, 2, 2004, 84-108

[8] HULL, J. *Risk management and financial institutions.* 2nd ed. Boston: Prentice Hall, 2010. 556 s. ISBN 978-0-13-610295-3

[9] RESTI, A.; SIRONI, A. *Risk management and shareholders´ Value in banking: from risk measurement models to capital allocation policies.* 1st ed. Chichester: Wiley, 2007. 782 s. ISBN 978-0-470-02978-7

[10] SAITA, F. *Value at risk and bank capital management.* Burlington: Elsevier / Academic Press, 2007. 259 s. ISBN 978-0-12-369466-9

[11] TICHÝ, T. *Finanční deriváty: typologie finančních derivátů, podkladové procesy, oceňovací modely.* 1.vyd.. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2006 – viii. 162 s. ISBN 80-248-1180-4 (brož.)

[12] TICHÝ, T. Posouzení odhadu měnového rizika portfolia pomocí Lévyho modelů. *Politická ekonomie,* 4/2010.

[13] ZMEŠKAL, Z. a kol. *Finanční modely.* 2. vyd. Praha: Ekopress, 2004. 236 s. ISBN 80-86119-87-4

Internetové zdroje:

[1] BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS. *Dokument Basel II*. [online]. [cit. 2011-02-15]. Dostupný z WWW: <http://www.bis.org/publ/bcbs107.pdf>.

[2] ČESKÁ NÁRODNÍ BANKA. *Vývoj měnových kurzů*. [online]. [cit. 2011-01-05]. Dostupný z WWW: <www.cnb.cz>.

[3] ČESKÁ NÁRODNÍ BANKA. *Vyhláška ČNB č. 123/2007 Sb*. [online].

[cit. 2011-03-04]. Dostupný z WWW: <http://www.cnb.cz/cs/legislativa/obezretne_podnikani/obsah.html>.

[4] EVROPSKÁ KOMISE. Dokument Solvency II. [online]. [cit. 2011-02-15]. Dostupný z WWW: <http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/solvency/index_en.htm >.

[5] YAHOO FINANCE. *Vývoj akcií*. [online]. [cit. 2011-01-05]. Dostupný z WWW: <www.finance.yahoo.com >.

Seznam zkratek

AMZN	Amazon.com
Apod.	a podobně
ČNB	Česká národní banka
EUR	Euro
GBP	britská libra
CHF	švýcarský frank
ln	přirozený logaritmus
LOGI	Logitech International
MSFT	Microsoft Corporation
Např.	například
PETD	Petroleum Development Corporation
P/L	jednotlivé výnosy
PLN	polský zlotý
POF	Kupiecův nepodmíněný test
RYAAY	Ryanair Holding
TUFF	time until first failure
Tzn.	to znamená
USA	Spojené státy Americké
USD	americký dolar
VaR	Value at Risk
VG	Variance gamma

Prohlášení o využití výsledků Diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byl(a) seznámen(a) s tím, že na mou diplomovou (bakalářskou) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou (bakalářskou) práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová (bakalářská) práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové (bakalářské) práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou (bakalářskou) práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 29. 4. 2011

Bc. Gabriela Cielepová

jméno a příjmení studenta

Adresa trvalého pobytu studenta:

Nerudova 973, Bohumín, 735 81

Seznam příloh